Examen Instrumentation : optique & chaîne de détection

- Durée : 2h30; conseil : pas plus de 10 minutes par question de cours.
- Barême indicatif : questions de cours $\simeq 1/4$, problème $\simeq 3/4$
- Les différentes parties du problème sont très largement indépendantes les unes des autres.
- Rédaction : concise et précise, syp, avec des schémas clairs et pertinents.
- Donner une expression analytique avant toute application numérique.

Petit formulaire utile mais incomplet

- dispersion du réseau $\frac{\mathrm{d}i'}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{m}{p\cos i'}$ pouvoir de résolution théorique du réseau $\mathcal{R}_{\mathrm{th}} = m N_{\mathrm{tr}}$
- pouvoir de résolution réel limité par $\mathcal{R} = \frac{\sin i \pm \sin i'}{\cos i'} \frac{f}{\ell}$

1. Questions de cours

1.1. Interféromètre à 3 télescopes

On considére un interféromètre à trois télescopes, caractérisé par deux paramètres, la base B et le rayon d'une ouverture d. Il est supposé fonctionner en régime monochromatique à la longueur d'onde λ . La figure ci-dessous représente la pupille de cet instrument dans le plan (u, v) des fréquences spatiales. Les coordonnées u et v ont pour unité l'inverse d'un angle, et sont en général exprimées en arcsec⁻¹. On rappelle que 1 arcsec = 1" = 4,848 10^{-6} rad.

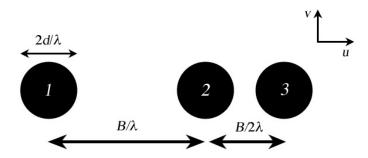


Figure 1: Interféromètre à trois télescopes.

- Quelle est la résolution angulaire $\rho_{\rm tel}$ d'un des télescopes (critère de Rayleigh) ? Quelle est la résolution a. maximale $\rho_{\rm int}$ de l'interféromètre ? Grâce à quelle paire de télescopes est-elle atteinte ?
- Tracer à main levée une coupe la fonction de transfert de modulation (FTM) d'un des télescopes selon b. l'axe u, en la normalisant à sa valeur en zéro prise comme unité. Préciser les points caractéristiques sur l'axe u.
- Même question pour la FTM de l'interféromètre selon l'axe u, préciser les points caractéristiques. C.

- d. Calculer $\rho_{\rm tel}$ et $\rho_{\rm int}$ en secondes d'angle (arcsec) pour le système suivant: $2d=8\,\rm m,\ B=120\,\rm m,$ $\lambda=2\,\mu\rm m.$
- e. On veut mesurer la taille d'une étoile avec cet interféromètre à l'aide de la seule paire de télescopes 1-2. Rappeler la fonction de visibilité $\mu(B, \lambda, \theta_{\text{DU}})$ d'une étoile considérée comme un disque uniforme de diamètre angulaire θ_{DU} .
- f. Calculer la visibilité μ des franges d'interférence obtenues pour $B=120\,\mathrm{m},~\lambda=2\,\mu\mathrm{m},~\theta_{\mathrm{DU}}=2~10^{-3}\,\mathrm{arcsec}.$ Pour ce calcul approché, on utilisera la table numérique de la fonction J_1 présentée ci-après.

\overline{x}	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90
$J_1(x)$	0,5699	0,5743	0,5778	0,5802	0,5815	0,5818	0,5812

1.2. Optique adaptative (OA)

On considère un télescope circulaire géant de diamètre $2d=40\,\mathrm{m}$. En observant une étoile lointaine, on observe que la turbulence atmosphérique produit une tache d'une taille angulaire $\sigma=1$ arcsec dans le plan focal de ce télescope, à une longueur d'onde $\lambda_1=0.5\,\mu\mathrm{m}$.

- a. Compte-tenu de cette observation, calculer la valeur du paramètre de Fried r_0 à la longueur d'onde λ_1 .
- b. Si la turbulence devient plus forte, comment évolue r_0 ? Le front d'onde lumineux perd-t-il ou gagne-t-il en cohérence spatiale?
- c. Pour récupérer la pleine résolution angulaire du télescope, on l'équipe d'une OA. La figure ci-dessous présente la répartition d'intensité sur trois images d'une même étoile obtenue avec ce télescope, équipé d'une OA. Quelle est celle dont le rapport de Strehl est le plus élevé? Pourquoi?

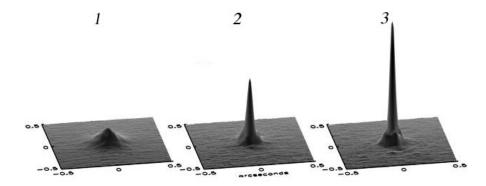


Figure 2: 3 enregistrements d'une même étoile

- d. Calculer le nombre de microlentilles nécessaire au fonctionnement correct de son analyseur de surface d'onde "Shack-Hartmann" à une longueur d'onde $\lambda_2 = 2 \, \mu \text{m}$ (rappel: $r_0 \propto \lambda^{6/5}$).
- e. Pourquoi une étoile laser est-elle très utile aux systèmes d'OA? Rappeler brièvement comment elle est formée.

2. Problème : quelques dimensionnements du spectromètre SOPHIE

SOPHIE est le nouveau spectromètre à haute résolution de l'Observatoire de Haute-Provence. C'est la contrepartie nord de l'instrument HARPS de l'ESO, installé au Chili, pour la recherche d'exoplanètes. L'instrument est aussi utilisé pour réaliser des programmes d'observation d'astérosismologie.

Dans les 2 cas, il s'agit de mesurer des vitesses radiales de l'ordre de quelques m/s.

- Le réseau de SOPHIE possède les caractéristiques suivantes : blazé à $i_b = 65^{\circ}$, densité de traits $\nu = 52.6$ traits mm⁻¹. Ses dimensions sont de 20.4×40.8 cm (la dispersion principale est parallèle à la grande dimension du réseau, cf Fig. 3).
- Le faisceau qui l'illumine a un diamètre b=20 cm.
- L'instrument est ouvert à f/5.
- SOPHIE alimente une caméra CCD de dimension $4k\times 2k$, avec des pixels de côté $d_{pix}=15~\mu\mathrm{m}$.
- En mode de lecture rapide, le bruit de lecture σ_{ℓ} est de 6 photo-électrons par pixel, le temps de lecture de 19 s. La capacité de puits \mathcal{P} est de 177 000 photo-électrons.
- Le spectromètre SOPHIE est alimenté par un télescope de diamètre a=193 cm.

2.1. Télescope et alimentation de la fibre

a. Le télescope est en configuration Cassegrain. Faire un schéma optique de cette configuration.

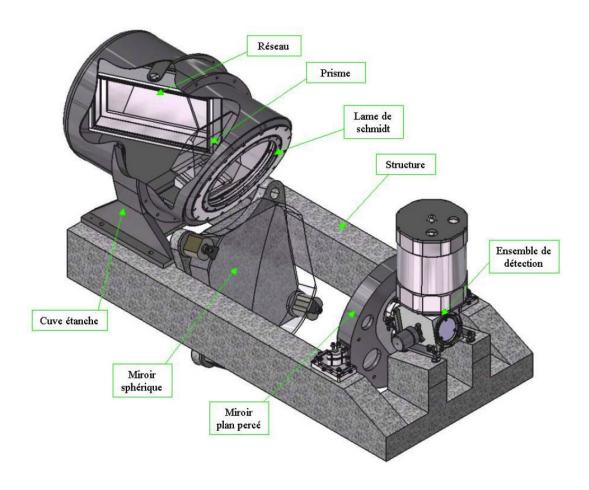


Figure 3: Schéma optique du spectromètre SOPHIE.

- b. Rappeler la définition de l'ouverture du faisceau. La distance focale du foyer Cassegrain étant notée F', déterminer le nombre d'ouverture.
- c. Calculer le nombre d'ouverture pour F' = 28.6 m.
 - Le télescope est alimenté par une fibre, dont le rôle précis est décrit ultérieurement. La fibre, de diamètre de cœur $d_{\rm f}=100~\mu{\rm m}$ sur le ciel couvre un champ $\alpha_{\rm f}=2$ ".
- d. Y'a-t-il une optique complémentaire pour alimenter la fibre? Si oui, déterminer les focale F et nombre d'ouverture n du montage optique équivalent à l'ensemble télescope + optique complémentaire.

2.2. Schéma optique du spectromètre

- Le schéma optique est présenté par la figure 3. La fibre arrive au niveau du miroir plan percé.
- a. Pourquoi le réseau est-il incliné? Justifier que l'on peut considérer que les angles i et i' (cf formulaire), définis par rapport au réseau, sont de l'ordre de l'angle de blaze i_b . Faire un schéma, où apparaîtront les différents angles.
- b. Quel rôle peut jouer la lame de Schmidt en association avec le miroir sphérique?

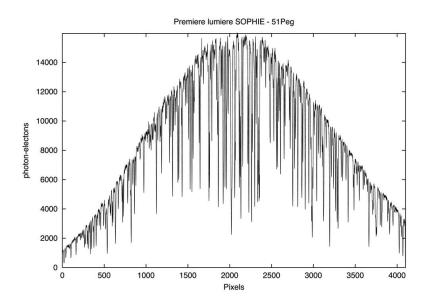


Figure 4: Coupe de l'image montrant un ordre de Sophie. L'axe des abscisses représente les pixels de la caméra.

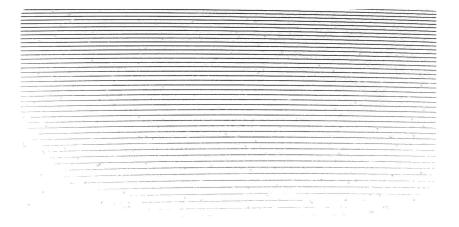


Figure 5: Image spectrale sur la CCD, montrant une quarantaine d'ordres (39 sont effectivement traités).

- c. Faire un schéma de principe du montage optique, depuis la fibre jusqu'à la caméra. Pour simplifier, ne pas tenir compte de la lame de Schmidt ni du prisme.
- d. Justifier que le montage optique de l'interféromère (Fig. 3) travaille au grandissement 1 (le grandissement mesure le rapport de la taille linéaire de l'image à celle de l'objet).
- e. Que voit-on sur un ordre (Fig. 4), sur une image (Fig. 5)?

2.3. Dispersion du réseau et pouvoir de résolution

- a. A partir des données du réseau, estimer son pas p, puis la relation entre une longueur d'onde λ et son ordre m d'observation.
- b. Le spectromètre travaille dans le domaine spectral de 380 à 660 nm; en déduire les ordres extrêmes dans le rouge et le bleu.
- c. Déterminer puis calculer, d'après les données du spectromètre, le pouvoir de résolution théorique \mathcal{R}_{th} , pour l'ordre $m_0 = 68$.
- d. Estimer la dispersion $di'/d\lambda$ (à calculer en rad μm^{-1}) pour l'ordre $m_0 = 68$.
- e. A la longueur d'onde λ_0 correspondant à m_0 , un ordre du réseau couvre un intervalle spectral $\Delta \lambda_0 = 10$ nm. En déduire l'ordre de grandeur de la focale équivalente f_c de l'optique de chambre.
- f. Déterminer l'intervalle spectral $\delta \lambda_{\text{pix}}$ vu par un pixel; traduire cette largeur en pouvoir de résolution \mathcal{R}_{pix} . Comparer \mathcal{R}_{pix} à \mathcal{R}_{th} , puis le traduire en une vitesse δv_{pix} .

2.4. Mode de résolution HR

Le spectromètre propose 2 modes de résolution.

- Le mode le plus efficace, HE, correspond à l'alimentation directe par la fibre
- Le mode haute résolution, HR, est obtenu par l'ajoût d'une fente de $40 \mu m$ juste en sortie de fibre.
- a. Proposer un schéma avec la sortie de fibre et la fente. La fente joue-t-elle un rôle de diaphragme de champ ou d'ouverture?
- b. Expliquer pourquoi l'ajoût de la fente apporte un pouvoir de résolution plus élevé.
- c. L'extrémité de la fibre est uniformément éclairée. Expliquer pourquoi le mode HR est environ 2.5 fois moins lumineux que le mode HE.

Par la suite, on ne s'intéresse qu'au mode HR.

- d. Déterminer, dans ce mode, la taille en pixel d'une image monochromatique de la fente d'entrée (rappel : le grandissement vaut 1). La traduire en pouvoir de résolution \mathcal{R}_f ainsi qu'en vitesse δv_f .
- e. Déterminer le nombre \mathcal{M}_0 d'éléments spectraux sur un ordre à la longueur d'onde λ_0 , puis \mathcal{M}_{tot} sur toute la caméra CCD avec n_{tot} ordres au total (la caméra a une taille de 4k selon la direction de dispersion).
- f. Avec $n_{\text{tot}} = 39$, calculer \mathcal{M}_{tot} .
- g. En déduire la précision en vitesse $\delta v_{\rm tot}$ que l'on peut avoir grâce à l'ensemble du spectre. Le résultat est-il compatible avec les performances attendues?

2.5. L'influence du seeing

On note s_0 le seeing, typiquement de 2" à l'OHP, avec un temps caractéristique de cohérence $\tau_c = 10$ ms. On s'intéresse à son influence sur la performance en vitesse. On mesure dans un premier temps l'influence du seeing dans une configuration où le spectromètre serait alimenté par le télescope en configuration afocale, directement, sans l'intermédiaire d'une fibre.

- a. Faire un schéma de cette configuration optique.
- b. D'après les dimensions du système, estimer le grossissement G du montage.
- c. Par quel angle s se traduit le seeing dans l'interféromètre?
- d. Traduire cet angle en vitesse $\delta v_{\rm pix}$. Le résultat est-il compatible avec les performances attendues?

- e. Conclure sur le rôle de la fibre en terme stabilité d'injection.
- f. Un système avec 2 fibres divise par $G_f = 200$ les déviations angulaires. A partir de quelle durée de pose τ_p le signal est-il moins bruité que 1 m s⁻¹.
- g. Quel(s) autre(s) rôles peut jouer la fibre, bénéfique(s) à une instrumentation stable.

2.6. Performance en vitesse

Les performances astérosismiques *optimales* du spectromètre, exprimées par l'écart-type de la vitesse, peuvent s'écrire sous la forme :

$$\delta v = \frac{c}{Q\sqrt{N_{\rm e}}}$$

Avec c la célérité de la lumière dans le vide, Q un facteur de qualité qui dépend du type spectral de l'étoile observée, et $\mathcal{N}_{\rm e}$ le nombre total de photo-électrons détectés.

- a. Justifier la dépendance de δv en fonction de $\mathcal{N}_{\rm e}$. Que signifie le qualificatif optimal dans ce cas?
- b. Estimer le nombre de photo-électrons à observer pour atteindre un niveau de performance δv_0 .
- c. On souhaite $\delta v_0 = 2 \text{ m s}^{-1}$. Déterminer $\mathcal{N}_{e,1}$ et $\mathcal{N}_{e,2}$ respectivement pour les cas $Q_1 = 30\,000$ et $Q_2 = 3\,000$.
- d. On imagine que, pour une source brillante, les pixels sont, en moyenne, remplis à moitié. En déduire, pour le nombre total de pixels $n_{\rm pix}$ correspondant au spectre entier, le nombre de photo-électrons potentiellement collectés (pour l'application numérique, on prendra $n_{\rm pix} \simeq 10^6$). Conclure pour les 2 cas précédents.

On s'intéresse à une source avec un bon facteur de qualité, mais de magnitude élevée (=faible luminosité). Dans les conditions d'observations, on ne peut plus négliger le bruit de lecture (σ_{ℓ} pour un pixel).

e. Montrer que la performance en vitesse tenant compte de n_{pix} et σ_{ℓ} se met sous la forme :

$$\delta v' = \frac{c}{Q} \sqrt{\frac{1 + \frac{\sigma^2}{\mathcal{N}_{\rm e}}}{\mathcal{N}_{\rm e}}}$$

Identifier σ .

- f. Estimer le flux minimal, en fraction α du puits \mathcal{P} , permettant de garder un bruit de lecture négligeable. Cette fraction dépend-elle du nombre total de pixels couverts par le spectre?
- g. Une source faible nécessite dans ces conditions un temps de pose de 16 minutes. Cela est-il compatible avec l'observation de ses oscillations, attendues avec une période aux alentours de 8 minutes?