
Examen Instrumentation : optique & chaîne de détection

- Examen avec documents autorisés
 - Durée : 2h30 ; conseil : pas plus de 10 minutes par question de cours.
 - Barème indicatif : questions de cours $\simeq 1/3$, problème $\simeq 2/3$
 - Rédaction : concise et précise, svp, avec des schémas clairs et pertinents.
 - Donner une expression analytique avant toute application numérique.
-

1. Questions de cours

1.1. Pupilles et diffraction

- a. Représenter l'allure de la fonction de transfert de modulation (FTM) d'un interféromètre à deux télescopes de diamètre d , séparés par D et utilisé à la longueur d'onde λ . Pour simplifier, on se limitera à représenter la FTM en deux dimensions, en grisant les zones correspondant aux fréquences spatiales transmises (même partiellement).
- b. Même question pour la FTM de l'interféromètre à trois télescopes de la figure 1.

1.2. Diffraction, atmosphère et échantillonnage

On considère un télescope du VLT, de diamètre a et de focale f , utilisé à la longueur d'onde λ ($a = 8 \text{ m}$; $f = 120 \text{ m}$; $\lambda = 2.2 \mu\text{m}$).

- a. Quelle est le pouvoir de résolution théorique de ce télescope ? Quelle est la fréquence spatiale correspondante ?
- b. Quelle doit être la taille physique des pixels d'un détecteur placé au foyer de ce télescope, que l'on considèrera limité par la diffraction ? On cherchera à satisfaire la condition d'échantillonnage de Shannon.
- c. Est-ce que cette résolution est réellement accessible pour un télescope au sol (en l'absence d'optique adaptative) ? Pourquoi ?
- d. Rappeler brièvement la définition du paramètre de Fried r_0 . En supposant que $r_0 = 10 \text{ cm}$ en visible (à $0.5 \mu\text{m}$), calculer sa valeur à une longueur d'onde de $2,2 \mu\text{m}$.
- e. Sans optique adaptative, quelle sera la taille des pixels du détecteur qui permettra de satisfaire les conditions d'échantillonnage de Shannon en régime d'observation "longue pose" ?
- f. Toujours sans optique adaptative, on utilise le télescope cette fois-ci avec des poses très brèves, plus courtes que le temps de cohérence atmosphérique. Quel est l'intérêt de ce type d'observation ? Comment s'appelle ce régime ? Quelle taille de pixel doit-on utiliser dans ce cas ?
- g. Citer le nom des deux éléments les plus importants d'une optique adaptative.
- h. Quel est le nombre d'actuateurs nécessaires pour une optique adaptative fonctionnant à $2,2 \mu\text{m}$ avec le VLT ?

Figure 1: *Interféromètre à 3 télescopes : ouvertures de diamètre d aux sommets d'un triangle équilatéral de côtés D .*

Figure 2: Montage optique hors-axe (projet COROT). Sont matérialisées, le long du trajet des photons : la pupille d'entrée, les miroirs primaires et secondaires, puis l'optique de chambre (1 doublet + 1 quadruplet, soit 6 lentilles en tout), et le capteur CCD. Le montage des miroirs est hors-axe, en raison des spécifications de précision photométrique.

1.3. Interférométrie

L'interféromètre du VLT permet des observations à deux ou trois télescopes sur des bases dont la longueur peut atteindre $b = 202$ m, à une longueur d'onde minimale $\lambda_{\min} = 1.1 \mu\text{m}$.

- Quelle est la fréquence spatiale la plus élevée accessible à cet instrument ? A quelle taille angulaire correspond-elle ?
- Au foyer de recombinaison du VLTI, on observe des franges d'interférence. Quelle relation existe entre la visibilité des franges (leur contraste) et la répartition de lumière de l'objet observé ?
- On considère le cas d'un interféromètre à deux télescopes identiques. Que se passe-t-il lorsqu'on introduit un déphasage de π (soit une demi-longueur d'onde) sur l'une des deux ouvertures ?

1.4. Notion de cohérence

- Quel est l'ordre de grandeur du temps de cohérence des sources laser les plus stables ? Quelle est alors la longueur de cohérence correspondante ?
- On considère 2 sources : le Soleil, ou une étoile éloignée. Laquelle est la source la plus cohérente spatialement ? Pourquoi ?
- Comment mesure-t-on la taille angulaire d'une étoile avec un interféromètre à deux télescopes ?

2. Problème : quelques éléments dimensionnant du projet COROT

COROT est un satellite du CNES qui doit être lancé en octobre 2006. Il va réaliser 2 objectifs scientifiques : la recherche d'exoplanètes par la méthode des transits d'une part, l'étude sismique de quelques étoiles de type solaire d'autre part. Ces 2 objectifs s'appuient sur la capacité de COROT à mener des observations de photométrie très précises.

Dans tout le problème : mener d'abord l'analyse physique en langage symbolique, en prenant le soin de définir si nécessaire toute variable utile, et passer dans un 2ème temps à l'application numérique, pour les questions indiquées par AN.

2.1. Le collecteur

Le collecteur de COROT a un diamètre a de 30 cm. Le plan focal est constitué de 4 CCD par transfert de trame, disposés en carré, que l'on suppose jointifs, chacun de surface de collecte utile $2k \times 2k$ pixels. Les pixels ont pour côté $d_{\text{pix}} = 13 \mu\text{m}$.

- Les 2 miroirs paraboliques (Fig. 2) sont *confocaux* (confocal \equiv même foyer) : quelle est la propriété du faisceau optique après le 2ème miroir ? Quel est le rôle de l'optique de chambre (constituée des 6 lentilles) ?
- Les focales des miroirs primaire et secondaire sont dans un rapport de 3 à 1 ; que peut-on en déduire concernant les lentilles de l'optique de chambre ?
- La question précédente met en évidence un gain (ou une contrainte) sur l'optique de chambre. Mettre en évidence la contrainte (ou le gain) associée, qui dérive de la conservation de l'étendue de faisceau.
- Cette configuration confocale des miroirs a bien sûr été choisie pour ses qualités. Quelle propriété assure un diaphragme placé au foyer F commun aux 2 paraboles ? Quel intérêt un montage hors-axe peut-il apporter ?
- Faire à l'échelle un schéma de principe le plus simple possible du système équivalent à l'ensemble miroirs + optique de chambre, respectant l'ouverture du faisceau à $f/4$ vu par la caméra, avec 3 lentilles équivalentes pour respectivement les 2 miroirs et l'optique de chambre.

Figure 3: Tache image sur les détecteurs de COROT (voie sismique), franchement défocalisée. Pour simplifier, on suppose cette tache image uniforme sur n_t pixels (Fig. 3).

A.N. Calculer la focale f équivalente.

f. Quelle(s) pièce(s) optique(s) joue(nt) le rôle de diaphragme de champ ?

A.N. Déterminer le champ angulaire vu par 1 pixel. Le comparer à la tache de diffraction dans le visible. Déterminer le champ de vue total d'une matrice CCD.

2.2. Photons et bruit de photons

La principale spécification scientifique de COROT pour la voie sismique demande qu'en 5 jours, les performances atteignent le niveau de précision relative microphotométrique $\sigma_{\text{phot}} = 1 \text{ ppm} = 10^{-6}$.

a. Déterminer le nombre N_{5j} de photoélectrons à collecter pour atteindre un niveau de précision relative de σ_{phot} .

A.N. Calculer N_{5j} .

b. On suppose que ces 5 jours continus sont divisés en un nombre de poses élémentaires p , chacune de durée Δt . Que devrait valoir p dans le cas d'une mesure où le flux d'une étoile est concentré en 1 pixel de capacité de puits N_{puits} .

A.N. Calculer Δt en prenant $N_{\text{puits}} = 10^5$ photoélectrons.

c. La valeur de Δt vous semble-t-elle ainsi convenablement dimensionnée ? Justifier votre réponse.

2.3. La tache image

a. On suppose que la tache image d'une étoile n'est pas focalisée, mais répartie sur n_t pixels, que l'on suppose uniformément éclairés (Fig. 3). Estimer alors la nouvelle valeur de Δt .

A.N. Calculer Δt pour $n_t = 300$. Conclure.

b. Estimer l'ordre de grandeur de l'écart ε mesurant le désaccord à la mise au point rigoureuse qui permet cette défocalisation. Expliciter les éventuelles hypothèses.

A.N. Calculer ε .

c. On note $n(m)$ le nombre de photons collectés par unité de surface collectrice, par unité de temps et par unité spectrale ($n(m)$ est analogue à un éclairage monochromatique, compté en $\text{ph s}^{-1}\text{m}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$), et η le rendement global de la chaîne de collecte et de détection du signal. Déterminer le nombre de photoélectrons collectés par pose de durée Δt dans la bande passante $\Delta\lambda$.

A.N. Pour une étoile de magnitude $m = 6$, $n(m)$ vaut de l'ordre de $4 \cdot 10^8 \text{ ph s}^{-1}\text{m}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$ en lumière visible. Déterminer l'ordre de grandeur de la largeur du filtre pour collecter $N = N_{\text{puits}}$ photoélectrons par pixel par pose de 10 s. On prendra $\eta = 60\%$. Cette valeur vous semble-t-elle raisonnable ?

d. Quels éléments dimensionnent le rendement global η de la chaîne de collecte et de détection du signal (Fig. 2) ? L'estimer, en notant r le coefficient de réflexion d'un miroir et t celui en transmission d'un dioptre, et η_{CCD} le rendement du collecteur.

A.N. On donne $\eta = 0.60$, et $\eta_{\text{CCD}} = 0.80$. Estimer l'ordre de grandeur de r en supposant $t \simeq r$.

2.4. Le bruit de photons

On cherche à minimiser toutes les sources de bruit par rapport au bruit incontournable qu'est le bruit de photons. *Pour toute la suite, on considère que la tache image d'une étoile est répartie sur $n_t = 300$ pixels, et que, pour la cible considérée, une pose élémentaire de durée $\Delta t = 30$ s remplit chaque pixel de $N = 90\,000$ photoélectrons.*

- Déterminer le rapport signal à bruit correspondant R_p pour un pixel, et pour une mesure du flux stellaire R_t .

A.N. Calculer R_p et R_t .

A.N. Pour cette cible, quelle performance photométrique est atteinte au bout de 5 jours ?

- Que devient le rapport signal à bruit R_p lorsqu'au signal se superpose un bruit de niveau σ_b sur 1 pixel.

On souhaite limiter toute autre source de bruit à un niveau tel que le rapport signal à bruit soit dégradé relativement de moins que ε . Pour les applications numériques, on prendra $\varepsilon = \delta R_p / R_p = 1\%$.

- Traduire cette condition en bruit équivalent σ_b , exprimé en photoélectrons (mener le calcul avec un développement limité limité au 1er ordre pertinent).

A.N. Faire l'application numérique

2.5. Différentes sources de bruit

- Le bruit de lecture σ_{lec} vaut 10 photoélectrons en moyenne. Est-il effectivement négligeable ? Le reste-t-il pour une source plus faible que celle considérée.

A.N. Déterminer le flux minimal N_{min} de la source pour laquelle la condition précédente reste vérifiée (exprimer son flux en nombre de photoélectrons par pixel).

- On s'intéresse au bruit d'une éventuelle source parasite contribuant pour N_{par} photoélectrons sur une pose ? Déterminer la valeur maximale de N_{par} .

A.N. Calculer la valeur correspondante.

- Vérifier que le courant d'obscurité, réduit à 0.1 photoélectron par seconde et par pixel, est effectivement négligeable.

2.6. Dépointage et PRNU

La PRNU (le champ de réponse non uniforme des pixels) se caractérise par des variations de la réponse des pixels à une excitation uniforme de typiquement $\varepsilon_{PRNU} = 1\%$.

- Estimer la fluctuation de réponse due à la PRNU suite à un déplacement de 1 pixel de la tache image pendant la pose.

A.N. Faire l'application numérique.

- A quel niveau de performance faut-il comparer cette fluctuation pour juger si elle est acceptable au regard des conditions énoncées ci-dessus ? L'est-elle ?

- Les CCD de COROT ont été très précisément caractérisés en laboratoire. Estimer avec quelle précision il est nécessaire de connaître la PRNU pour corriger les effets d'un déplacement de 1 pixel de la tache image sur la caméra.

- Qu'apporte une image de champ plat ? Pensez-vous qu'il soit possible, durant la mission, d'acquérir des images de champ plat ? Expliciter votre réponse.

Figure 4: Le “smearing” : phénomène de trainée lors de la lecture du CCD

2.7. Lecture avec un CCD à transfert de trame

Le CCD de COROT est à transfert de trame. Aucun obturateur n’empêche l’arrivée des photons lors de l’étape de transfert de l’image. On cherche à estimer l’influence des photons d’une source qui se trouve sur le trajet de lecture de la tache image d’une source étudiée (Fig. 4).

On note ϕ_1 le flux par unité de temps de la source d’étude, ϕ_2 le flux de la source que l’on considère parasite, Δt le temps de pose élémentaire, f la fréquence de lecture, qui dimensionne la durée élémentaire du transfert d’un pixel à un autre lors du transfert d’image, et \mathcal{N}^2 le nombre total de pixels ($\mathcal{N} = 2000$); ϕ_1 et ϕ_2 sont exprimés en photoélectrons.s⁻¹.

- a. Interpréter la figure 4.
 - b. Estimer le nombre de photons supplémentaires apportés par la trainée de l’étoile parasite.
 - c. A quelle condition sur le rapport ϕ_2/ϕ_1 (fonction de ε) peut-on négliger ce signal parasite ?
- A.N. Calculer ϕ_2/ϕ_1 . Pensez-vous que l’effet de trainée soit réellement gênant.