

# Examen O3 Plasma spatiaux

9 février 2021

*Calculatrices interdites.*

## Exercice 1 : Modèle de Parker et champ électrique interplanétaire

On cherche à établir un modèle de vent solaire non-magnétisé, en régime permanent ( $\partial_t \equiv 0$ ,  $\vec{B} = \vec{0}$ ). On considère que le plasma est constitué d'une population d'électrons (indices e) et d'une population de protons (indices p) couplés par un champ électrique.

Les deux populations sont décrites par les moments des fonctions de distribution  $(n_e, \vec{u}_e, T_e)$  et  $(n_p, \vec{u}_p, T_p)$ . On note  $\vec{E}$  le champ électrique dans le plasma,  $M$  la masse du soleil,  $G$  la constante de gravitation,  $k$  la constante de Boltzmann,  $e > 0$  la charge du proton,  $m_p$  la masse du proton,  $m_e$  celle de l'électron.

On considère que le système comporte une symétrie sphérique, donc que les quantités physiques ne dépendent que de  $r$ , la distance au centre du repère (qui est placé au centre du soleil). On note  $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$ ,  $\vec{u}_e = u_e(r)\vec{e}_r$ ,  $\vec{u}_p = u_p(r)\vec{e}_r$ .

On considère que les deux fluides sont isothermes ( $T_e$  et  $T_p$  ne dépendent pas de  $r$ ).

1) Ecrire les équations de conservation de la densité et de la quantité de mouvement pour les électrons et les protons.

2) Dans la suite, on considère le plasma comme quasi-neutre, et le courant comme nul en tout point.

a) Justifiez ces deux hypothèses.

b) Que ces hypothèses impliquent-elles pour les grandeurs  $n_e, u_e, n_p, u_p$  ?

3) En faisant l'approximation  $m_e \ll m_p$ , montrer que le champ électrique peut s'exprimer comme

$$E \simeq -\frac{kT_e}{en_e} \frac{dn_e}{dr}$$

4) Montrer que cette relation entre  $E$  et le gradient de pression électronique est équivalent à dire que la population électronique est en tout point en équilibre de Boltzmann dans le potentiel  $\varphi(r)$  dont dérive le champ électrique.

5) On considère dans la suite que les protons sont beaucoup plus froids que les électrons, i.e.  $T_p \ll T_e$ . Montrez que le champ électrique dans le plasma s'exprime

$$E \simeq \frac{m_p u_p}{e} \frac{du_p}{dr} + \frac{GMm_p}{er^2}.$$

Discutez la signification physique de ces deux termes.

6) Montrez que le champ de vitesse des protons est décrit par une équation de la forme

$$\frac{(u_p/c_s)^2 - 1}{u_p} \frac{du_p}{dr} = f(r)$$

on exprimera la fonction  $f(r)$ , dans laquelle intervient un rayon caractéristique  $r_c$  dont on donnera l'expression et l'interprétation physique. On a introduit une grandeur  $c_s$ , donnez son expression et son interprétation physique.

7) Tracez sur un diagramme  $(r, u_p)$  les différents types de solutions  $u_p(r)$  de l'équation précédente, et commentez la nature physique de chacune d'elles.

8) On appelle  $u_{ts}(r)$  le champ de vitesse du vent solaire dans le cas dit *trans-sonique*. En intégrant l'équation trouvée en 6, donner une relation liant  $u_{ts}(r)$  à  $r$ .

9) Montrer que quand  $r \gg r_c$ , la vitesse  $u_{ts} \sim 2c_s \sqrt{\ln r/r_c}$ , en déduire que le champ électrique interplanétaire, loin du soleil, décroît comme  $E \sim U_0/r$ . On donnera l'expression du potentiel  $U_0$ .

10) Cette estimation du champ électrique est-elle selon valable en tout point du milieu interplanétaire? Dans le cas contraire donnez (très approximativement) la région dans laquelle cette expression est valable.

## Exercice 2 : Fréquence de coupure ionosphérique

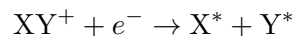
Dans cet exercice on cherche à évaluer un ordre de grandeur de la fréquence de coupure des ondes radio dans l'ionosphère. On considère l'ionisation par irradiation UV de l'atmosphère terrestre. On note  $q_{em}$  le taux d'ionisation par unité de volume maximal. Dans le cadre du modèle de Chapman, ce taux est donné par

$$q_{em} = \frac{N_\nu(\infty) \cos \chi}{\exp(1)H}.$$

1) Donnez la signification physique des grandeurs intervenant dans cette expression.

2) En vous aidant des paramètres numériques donnés ci-dessous, et en explicitant vos calculs, donnez un ordre de grandeur de  $q_{em}$  dans l'atmosphère terrestre.

3) On considère que les ions et les électrons se recombinent selon une réaction dissociative



dont la constante de réaction vaut  $k_{dis}$ . En explicitant vos calculs, donnez un ordre de grandeur de la concentration  $n_e$  maximale d'électron dans l'ionosphère terrestre.

4) En déduire un ordre de grandeur de la fréquence de coupure des ondes radio dans l'ionosphère.

Paramètres numériques :

- Masse atomique du diazote  $M_{N_2} \simeq 47 \times 10^{-27}$  kg
- Masse de l'électron  $m_e \simeq 9,1 \times 10^{-31}$  kg
- $N_\nu(\infty) \simeq 5 \times 10^{14} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
- $k_{dis} \simeq 7 \times 10^{-14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
- Constante de Boltzmann  $k \simeq 1,4 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .
- Charge de l'électron  $e \simeq 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Permittivité du vide  $\epsilon_0 \simeq 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$