Actions d'un champ magnétique sur des charges et des courants

Travail de la force magnétique

En l'absence de champ électrique, la force de Lorentz subie par une charge q de vitesse v dans un champ magnétique B s'écrit

$$\overrightarrow{\mathrm{F}} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{\mathrm{B}}$$

La variation d'énergie cinétique de la particule est égale à la puissance instantanée délivrée par la force

$$m\overrightarrow{v} \cdot \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = q(\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{\mathrm{B}}) \cdot \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$$

La force magnétique ne travaille pas. Une particule chargée se déplaçant dans un champ magnétique a une énergie cinétique constante.

Champ magnétique uniforme

On considère le mouvement d'une particule chargée dans un champ B uniforme et statique, dirigé selon l'axe Oz

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{q\mathrm{B}}{m} v_y \quad , \quad \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -\frac{q\mathrm{B}}{m} v_x \quad , \quad \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = 0$$

Les vitesses dans le plan perpendiculaire au champ sont donc solution d'équations d'oscillateurs harmoniques

$$\ddot{v}_{x,y} + \Omega_c^2 v_{x,y} = 0 \quad \text{avec} \quad \Omega_c = \frac{q\mathrm{B}}{m}$$

Ω_c est appelée la **pulsation cyclotron**.

Les solutions de ces équations du deuxième ordre dépendent de deux conditions initiales : une phase (qu'on choisit ici égale à 0), et une vitesse initiale. Notons celle-ci v_0 :

$$v_x(t) = v_0 \cos(\Omega_c t) \rightarrow x(t) = \frac{v_0}{\Omega_c} \sin(\Omega_c t)$$

On appelle le rayon de la trajectoire $\rho_L = v_0/\Omega_c$ le **rayon de Larmor** de la particule

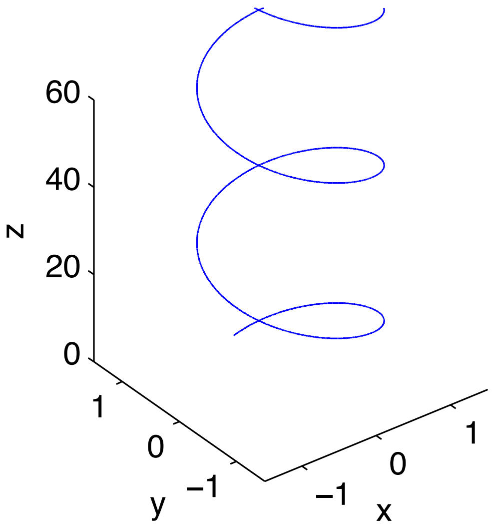
Champ magnétique uniforme

La trajectoire est donc un cercle dans la direction perpendiculaire au champ, et une trajectoire rectiligne uniforme dans la direction parallèle au champ. On définit souvent l'angle d'attaque

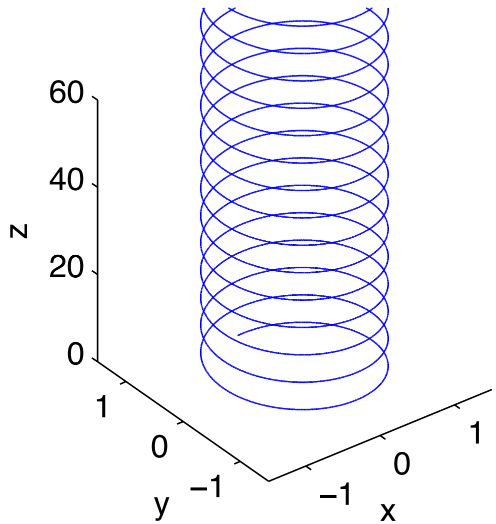
$$\tan\alpha = \frac{v_\perp}{v_z}$$

La trajectoire de la particule est donc une hélice, dont le pas vaut

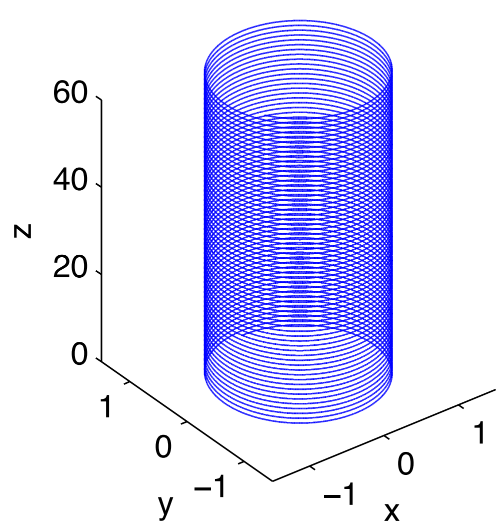
$$h = \frac{2\pi m v_z}{qB} = \frac{2\pi v_z}{\Omega_c} = 2\pi\rho_L \cot\alpha$$



α = 10°



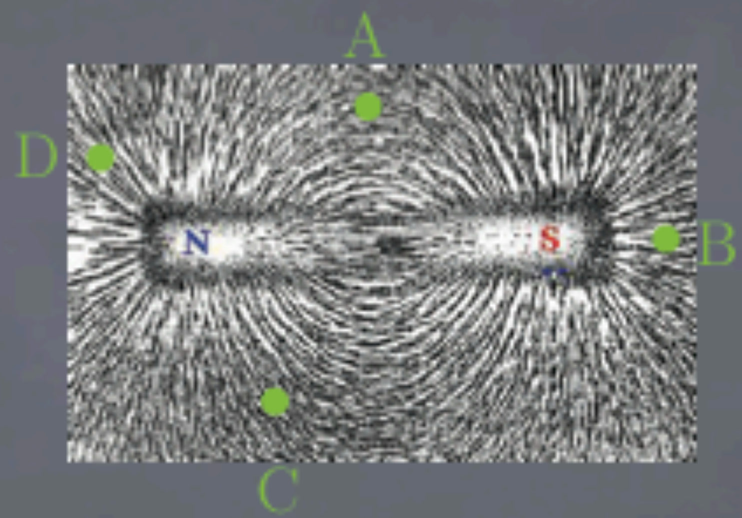
α = 45°



α = 80°

Mouvement d'une particule chargée

Un aimant créé les lignes de champ ci-dessous. Un électron se déplace perpendiculairement à l'écran, vers vous, au niveau du point *A*.

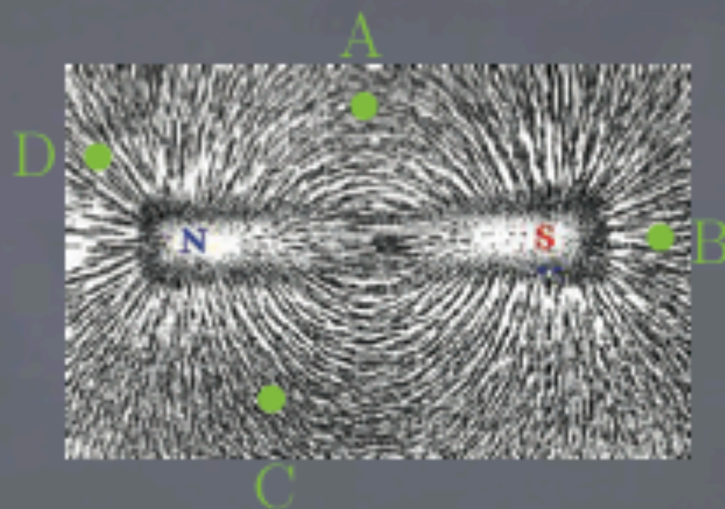


Quelle est la direction de la force magnétique subit par la particule ?

1. ←
2. →
3. ↑
4. ↓
5. Zéro
6. Aucune des propositions précédentes

Mouvement d'une particule chargée

Un aimant créé les lignes de champ ci-dessous. Un proton se déplace vers la droite au niveau du point *B*.



Quelle est la direction de la force magnétique subit par la particule ?

1. ←
2. →
3. ↑
4. ↓
5. Zéro
6. Aucune des propositions précédentes

Mouvement d'une particule chargée

Un proton entre dans une zone de champ magnétique uniforme et suit la trajectoire *B*. Quelle courbe représente la trajectoire d'une particule α (charge double, masse quatre fois plus importante que celle d'un proton) arrivant avec la même vitesse que le proton ?

1. *A*
2. *B*
3. *C*
4. *D*
5. *E*

Expérience du rail de Laplace

Force de Laplace

Lorsqu'on place un conducteur parcouru par un courant I dans un champ magnétique, ce conducteur est soumis à une force, même s'il est neutre. Cette force provient de l'action de la force de Lorentz sur les électrons libres en mouvement :

$$d\vec{F} = dq\vec{v_e} \wedge \vec{B} = \rho_e \vec{v_e} \wedge \vec{B} d\tau = \vec{j} \wedge \vec{B} d\tau$$

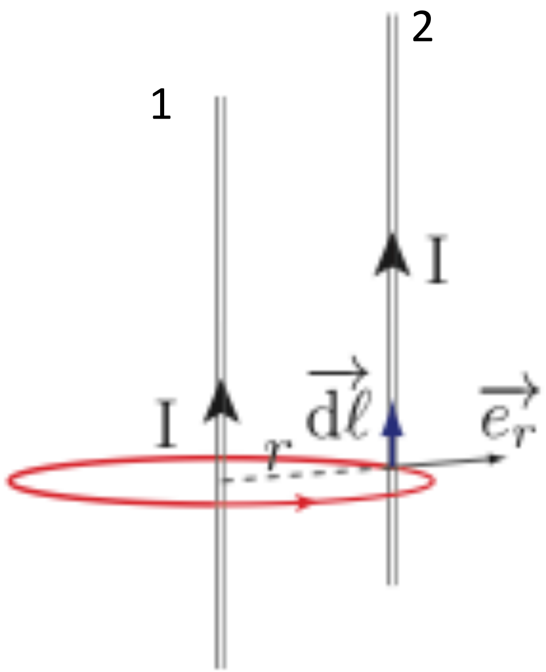
Cette force, exercée sur les électrons, est retransmise à la structure du conducteur, via les forces électrostatiques s'opposant à la séparation des charges dans celui-ci. Ainsi, **un élément dl de fil** conducteur parcouru par un courant I sera soumis à une force

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{dF}} = \mathrm{I}\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{\mathrm{B}}}$$

Cette force est appelée « Force de Laplace »

Définition de l'Ampère

On se propose de calculer la force de Laplace qui s'exerce par unité de longueur de fil, entre deux fils parcourus d'un même courant I, et séparés d'une distance r



On prend des coordonnées cylindriques d'axe confondu avec le fil 1. Le champ B crée par le fil 1 vaut

$$\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$$

La force de Laplace subie par un élément dl du fil 2 vaut donc

$$\overrightarrow{dF_L} = I d\ell \overrightarrow{e_z} \wedge \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}\right) = -\frac{\mu_0 I^2 \, d\ell}{2\pi r}\overrightarrow{e_r}$$

La force est donc attractive si les courants dans les deux fils sont de même sens, répulsive dans le cas contraire.

On définit l'Ampère comme l'intensité du courant qui doit circuler pour que la force linéique entre des fils espacés de 1 m valle 2.10^{-7} $N.m^{-1}$.

Cela revient à fixer la valeur de la perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ $N.s^2.m^{-2}$ (ou H/m)

Dipôle magnétique

On peut montrer, en utilisant la formule de Biot et Savard, que le champ *lointain* d'une spire parcourue par un courant I vaut

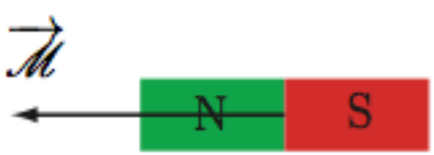
$$\vec{A}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{OM}}{OM^3}$$

Où on a **définit le moment magnétique de la spire** $\boxed{\vec{\mathscr{M}} = \mathrm{I}\,\vec{\mathrm{S}}}$

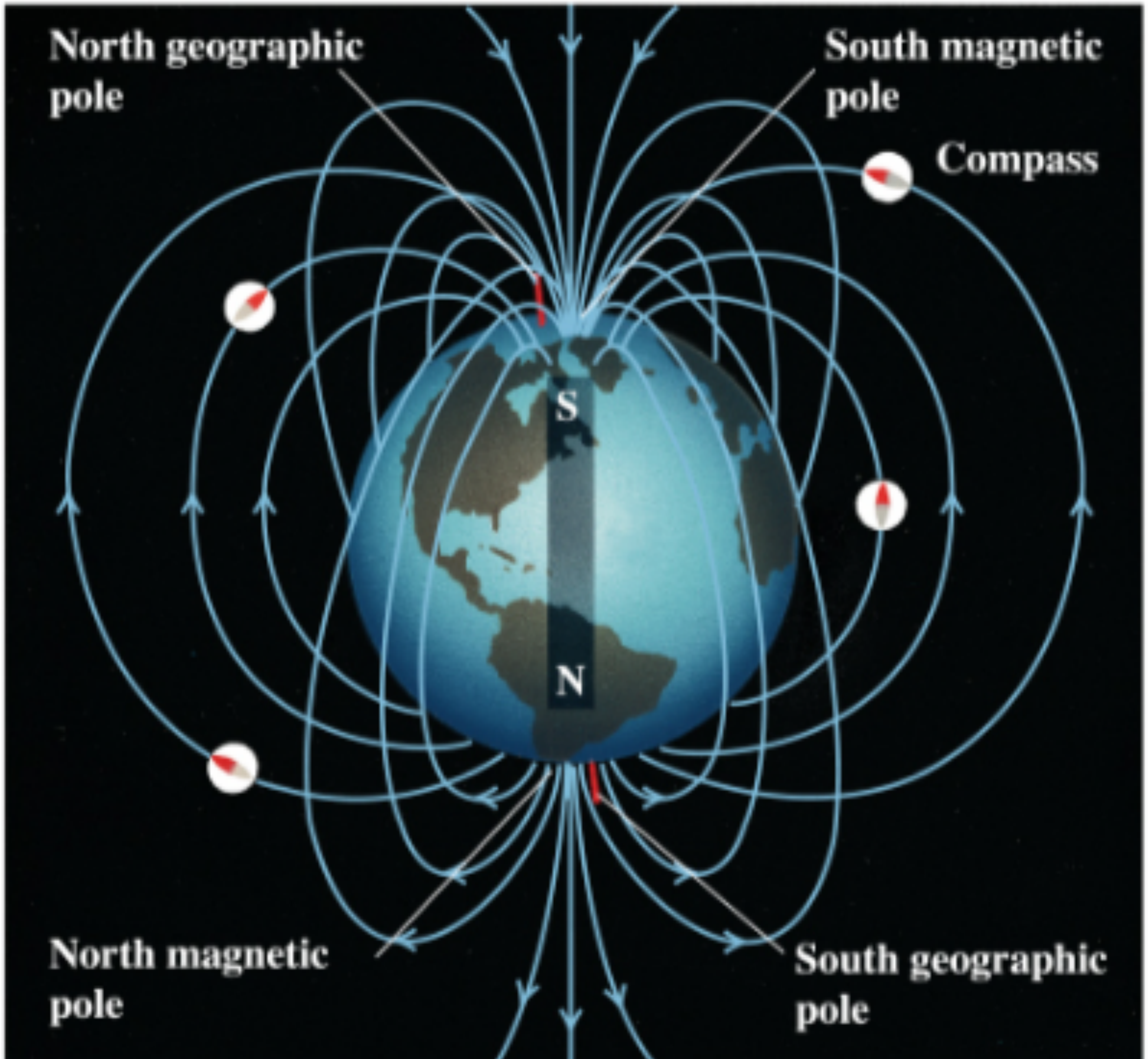
On déduit de l'expression du rotationnel :

$$\vec{\mathrm{B}}(\mathrm{M}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{\mathscr{M}} \cdot \vec{e_r})\vec{e_r} - \vec{\mathscr{M}}}{r^3}$$

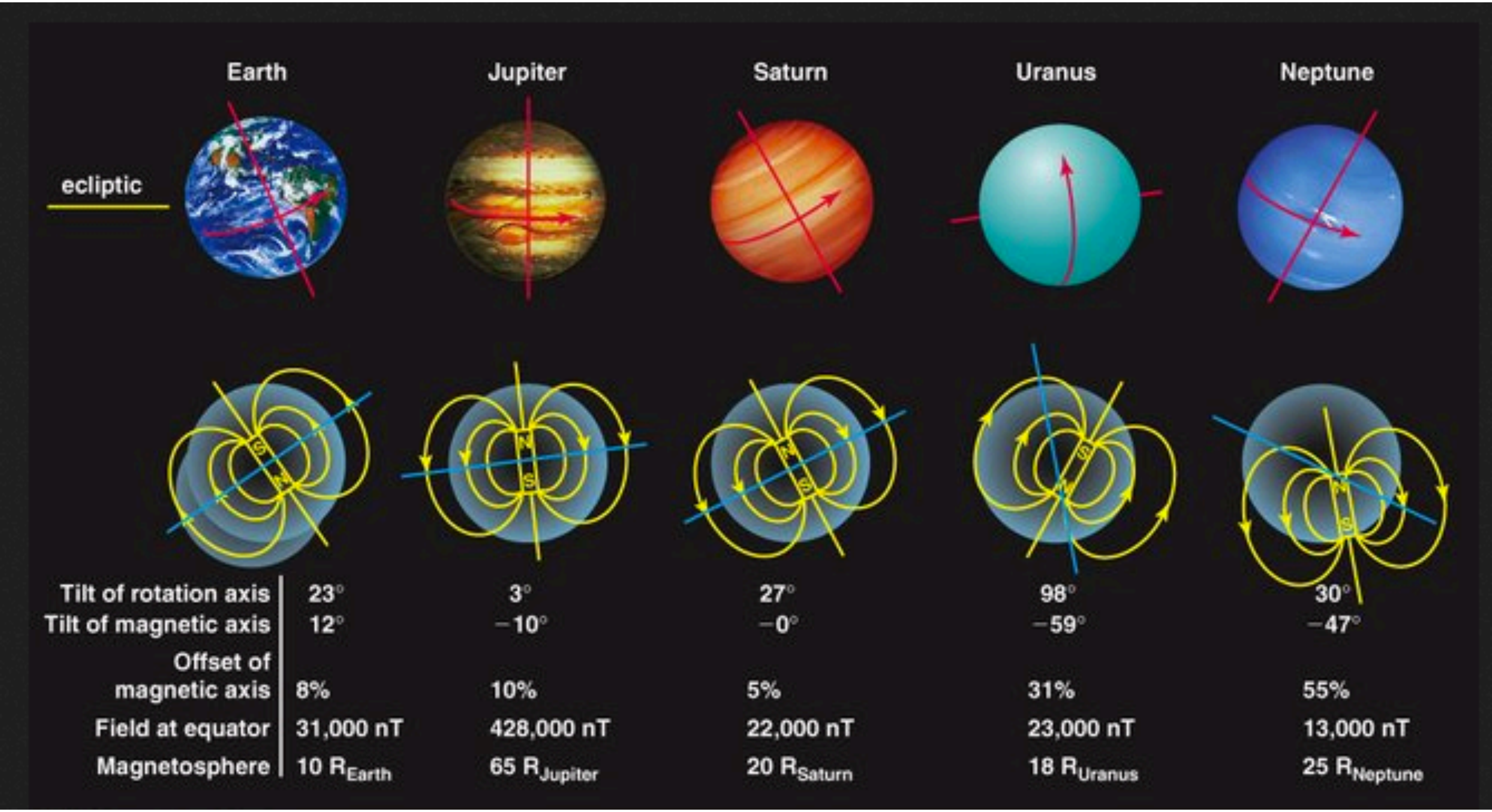
Analogie avec le dipôle électrostatique : $\vec{\mathrm{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{e_r})\vec{e_r} - \vec{p}}{r^3}$



Moment magnétique d'un aimant, définition des polarités Nord et Sud


North geographic pole
South magnetic pole
Compass
S
N
North magnetic pole
South geographic pole

Les planètes magnétisées

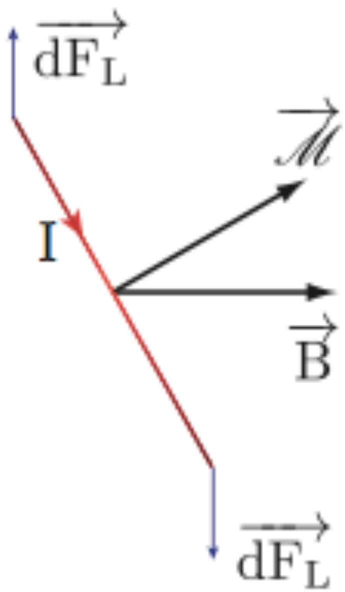


Action d'un champ uniforme sur un dipôle

La force de Laplace agissant sur le dipôle est nulle :

$$\vec{dF} = I\vec{d\ell} \wedge \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = I\oint_{\mathscr{C}} \vec{d\ell} \wedge \vec{B} = \Big(\underbrace{I\oint_{\mathscr{C}} \vec{d\ell}}_{\vec{0}}\Big) \wedge \vec{B}$$

Par contre le couple agissant vaut : $\vec{\Gamma} = \oint_{\mathscr{C}} \vec{OP} \wedge \vec{dF} = \oint_{\mathscr{C}} \vec{OP} \wedge (I\vec{d\ell} \wedge \vec{B})$



donc $\vec{\Gamma} = I\oint_{\mathscr{C}} \vec{d\ell}(\vec{OP}\cdot\vec{B}) - I\vec{B}\underbrace{\oint_{\mathscr{C}} \vec{OP}\cdot\vec{d\ell}}_{\vec{0}}$

En prenant B = Bx ex + Bz ez, on obtient :

$$\vec{\Gamma} = I\pi R^2 B_x \vec{e_y}$$

Et donc $\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathscr{M}} \wedge \vec{B}}$

(où on a fait l'hypothèse que B ne varie pas sur la surface S du dipôle)

Energie potentielle du dipôle magnétique

On peut calculer l'énergie potentielle du dipôle en écrivant que sa variation est égale à l'opposé du travail du couple Γ

$$dE_p = -\delta W_\Gamma = -\Gamma d\theta$$

Qu'on peut ré-écrire

$$dE_p = \mathcal{M} B \sin(\theta) d\theta$$

Et donc

$$\mathrm{E}_p = -\mathscr{M}\mathrm{B}\cos\theta = -\overrightarrow{\mathscr{M}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{B}}$$

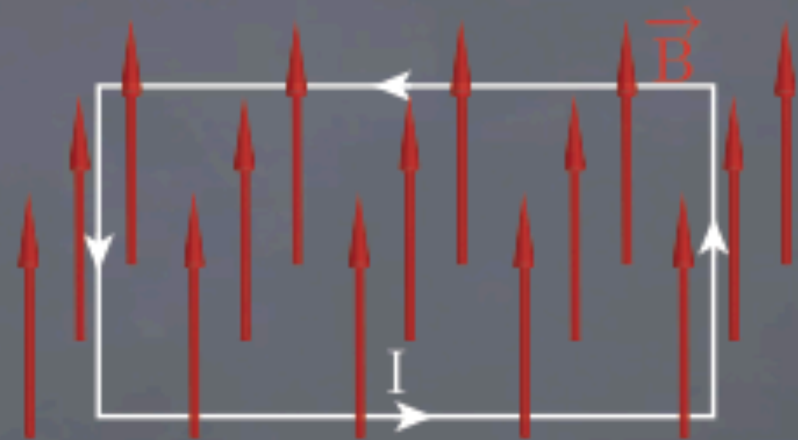
On retrouve une formule identique à celle du dipôle électrostatique. On peut montrer que cette relation est générale, et vaut aussi dans un champ inhomogène. On en déduit la force qui s'exerce sur un dipôle dans un champ dépendant des coordonnées spatiales

$$\overrightarrow{\mathrm{F}} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{E_P}$$ et donc $$\overrightarrow{\mathrm{F}} = (\overrightarrow{\mathscr{M}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{grad}})\,\overrightarrow{\mathrm{B}}$$

L'analogie entre les actions exercées sur un dipôle magnétique dans un champ B et un dipôle électrique dans un champ E est donc totale.

Force de Laplace

Une spire rectangulaire est placée dans un champ magnétique uniforme parallèle au plan de la spire. Un courant *I* circule dans la spire.

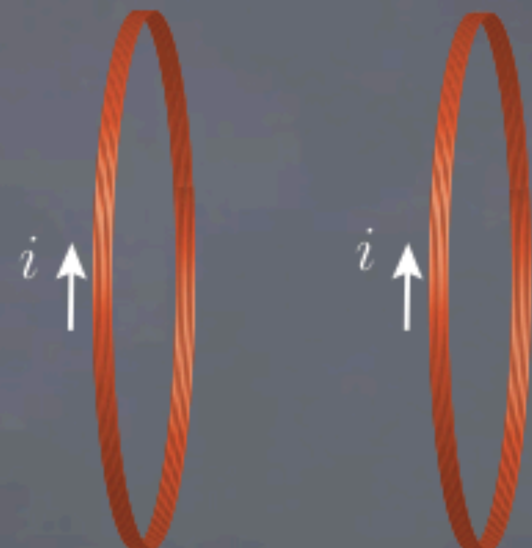


Le champ magnétique exerce sur la spire

1. Un couple non nul
2. Une force non nulle
3. Un couple et une force non nulle
4. Ni force ni couple

Force de Laplace

Deux spires circulaires sont parcourues par un même courant i.



La force entre les deux spires est

1. attractive
2. répulsive
3. nulle

Magnétisme dans la matière

Origine du magnétisme dans la matière :

1) Magnétisme orbital

$$\vec{\mathscr{M}} = \frac{q}{2m}\vec{\mathrm{L}}$$

Insuffisant pour expliquer le magnétisme dans la matière (thèse de Van Leeuwen, 1919)

2) Magnétisme de spin

$$\vec{\mathscr{M}} = g\frac{q}{2m}\vec{\mathrm{S}}$$

g = 2 environ pour l'électron, est appelé facteur de Landé.
S = n.hbar où n est le spin de la particule (n = ½ pour l'électron)

Le spin nucléaire est négligeable. Le spin d'une couche électronique complète est nul (règle de remplissage). Un spin important peut être obtenu pour des couches non-remplies.

Effets physiques en jeu

1. $-\overrightarrow{\mathscr{M}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{B}}$: alignement des moments magnétiques avec le champ $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ extérieur.
2. Agitation thermique : elle empêche les moments magnétiques de s'aligner parfaitement et les font fluctuer autour de leur position d'équilibre.
3. Interactions entre moments magnétiques, de deux sorte :
   - classique : anti-alignement des dipôles (cf FIG. 2.54).

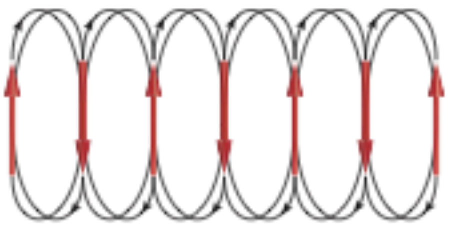


FIGURE 2.54.: Interaction classique entre Spin.

   - quantique : alignement des dipôles ! L'interaction spin-spin (interaction d'échange) favorise l'alignement des spins des électrons.
4. Induction : on verra plus tard que ce phénomène, général et d'origine purement classique, explique pourquoi sous l'effet d'un champ extérieur, des dipôles induits apparaissent et créent un champ magnétique qui s'oppose au champ magnétique extérieur.

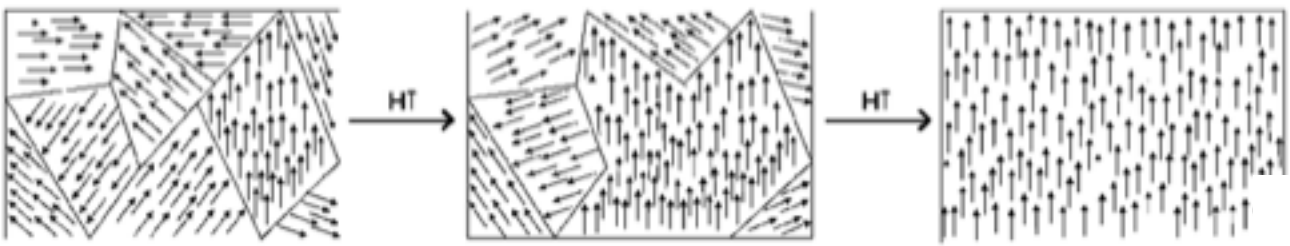
Formes du magnétisme

Paramagnétisme : en présence d'un champ magnétique externe, le matériau s'aimante et acquiert un moment magnétique selon la Loi de Curie :

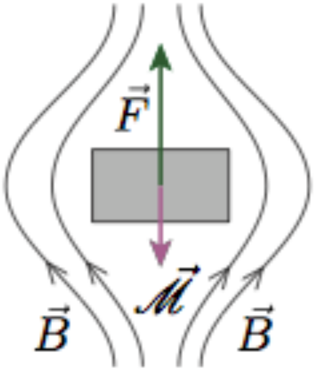
$$\vec{M} = c\frac{\vec{B}}{T}$$

Exemples : aluminium, calcium, oxygène, platine, sodium…

Ferromagnétisme : alignement spin-spin domine, le matériau conserve un moment magnétique même en l'absence de champ extérieur



Diamagnétisme : les effets d'induction (les courants induits par la présence de B) dominent. C'est le cas dans les supra-conducteurs (effet Meissner)



Lévitation par effet Meissner