Les conducteurs

Définition d'un conducteur

C'est un milieu qui contient des électrons **libres** de se déplacer dans tout le milieu. Il s'agit d'électrons dits de conduction, qui sont très faiblement reliés à leur noyau (souvent les électrons des couches d dans les métaux de transition). Ces électrons peuvent être vus comme formant un « gaz » au sein du conducteur.

	1	2		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H																		He
2	Li	Be												B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg												Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca		Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr		Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	*	Lu	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	*	Lr	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cn	Uut	Fl	Uup	Lv	Uus	Uuo

Les conducteurs *à l'équilibre (CE)*

<u>**Le champ est nul dans un conducteur à l'équilibre**</u> (sinon on aurait mouvement des charges libres, et donc pas d'équilibre…)

$$\boxed{\overrightarrow{E}_{\text{int}} = \overrightarrow{0}}$$

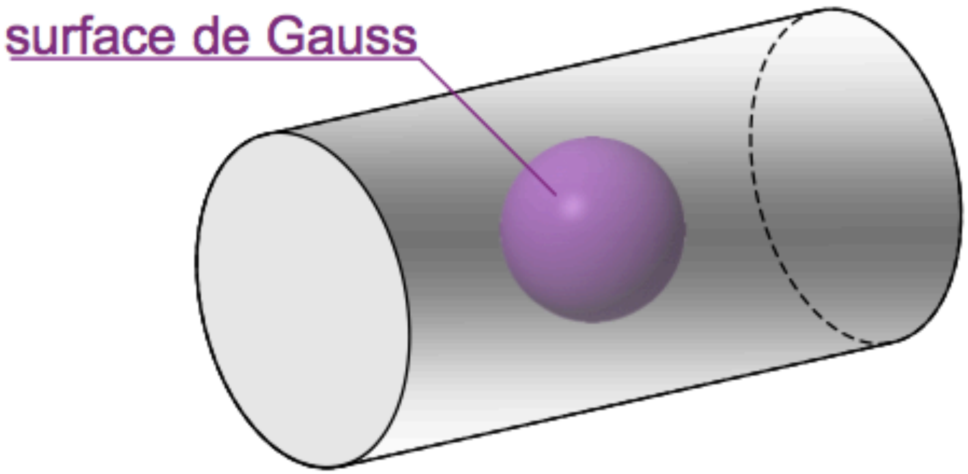
On en déduit que <u>**le potentiel est constant dans un conducteur à l'équilibre**</u>

$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V = \overrightarrow{0}$$

$$\boxed{V_{\text{int}} = \text{const.}}$$

La surface extérieur d'un conducteur est donc **une surface équipotentielle**. Elle joue donc un rôle important <u>**de condition aux limites pour le champ électrique**</u>.

Distribution de charge dans un CE



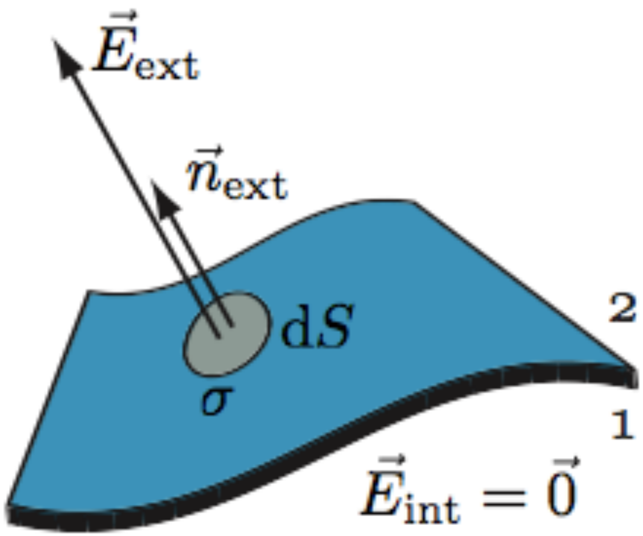
$$\oint_{\Sigma} \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{S} = 0 = \int_{V} \frac{\rho}{\varepsilon_0}\, dv$$

$$\Rightarrow \rho = 0$$

Il ne peut y avoir de charge volumique dans un conducteur en équilibre (en tout point du volume, la charge ionique est exactement égale à la charge électronique).

<u>Un CE, s'il est chargé, porte toute sa charge en surface</u>

Théorème de Coulomb

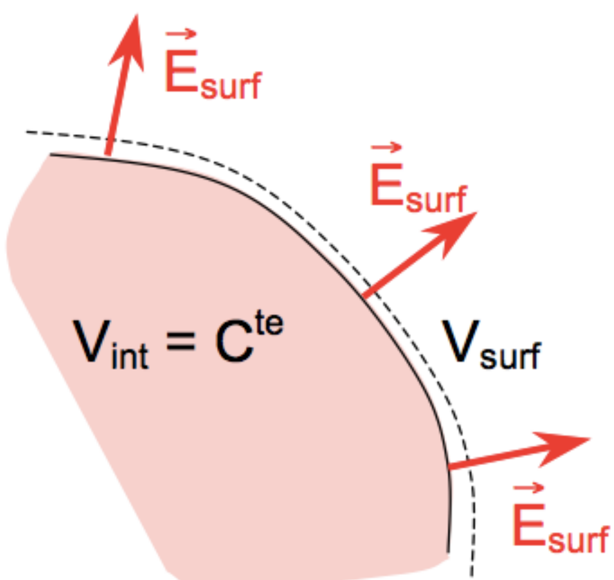


En conséquence de la discontinuité du champ à la traversée d'une surface chargée:

$$\vec{n}_{12} \cdot \left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

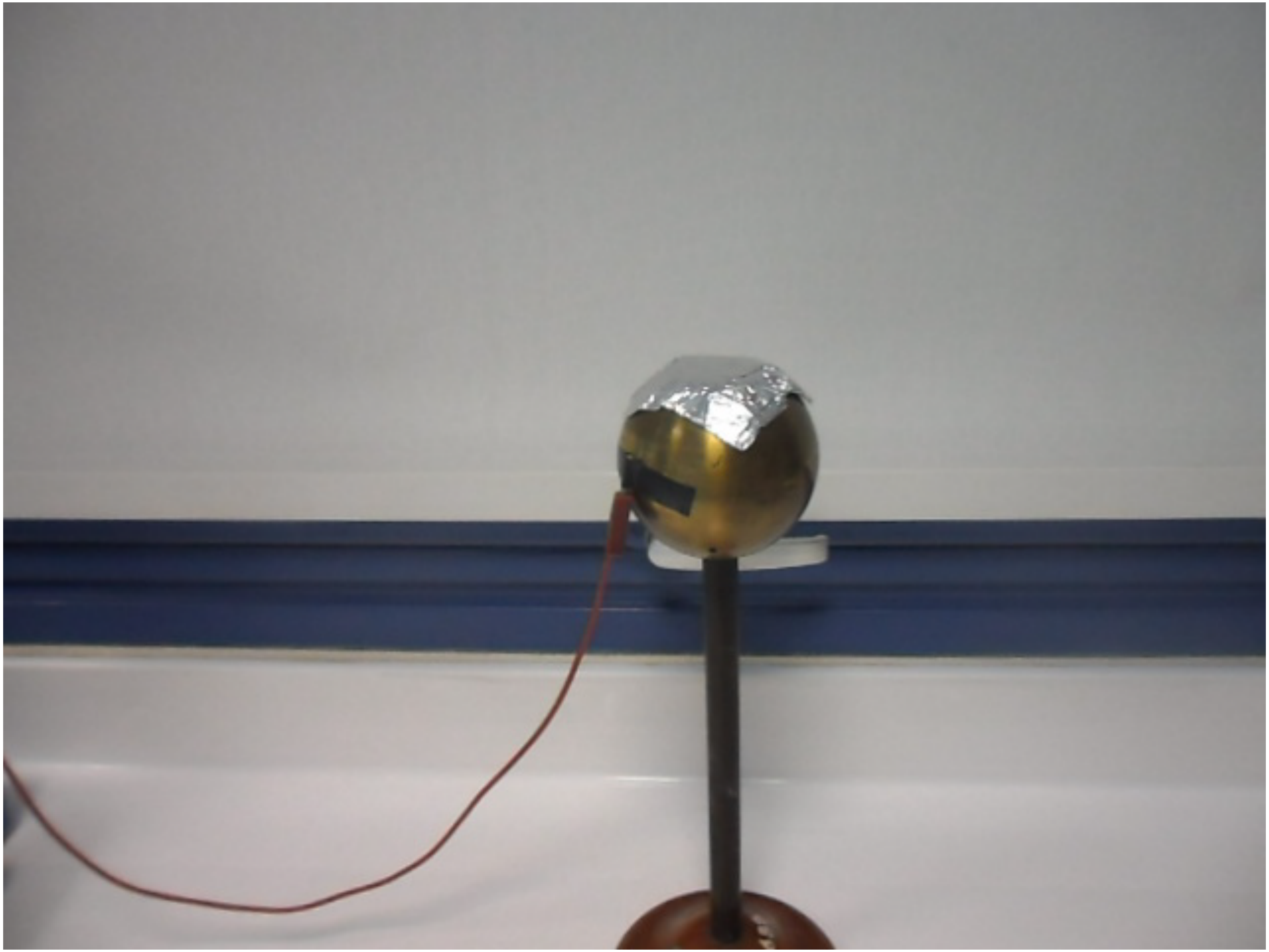
<u>le champ est toujours perpendiculaire à la surface d'un conducteur, et lié à la charge que celui-ci porte en surface par</u> :

$$\boxed{\vec{E}_{\text{ext}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\vec{n}_{\text{ext}}}$$



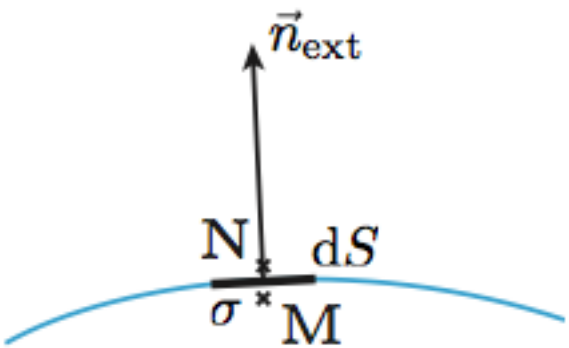
Ce résultat est cohérent avec le fait que la surface d'un conducteur est équipotentielle (le champ étant toujours perpendiculaire aux équipotentielles)

Expérience



Conséquence de la charge surfacique : Pression électrostatique

On s'intéresse à la force subie par un élément de surface d'un conducteur à l'équilibre, causée par le reste de la surface du conducteur



À l'intérieur du conducteur (point M)

$$\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{M}) = \vec{0} = \vec{\mathrm{E}}_\sigma(\mathrm{M}) + \vec{\mathrm{E}}_a(\mathrm{M})$$

À l'extérieur du conducteur (point N)

$$\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{N}) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}_{\text{ext}} = \vec{\mathrm{E}}_\sigma(\mathrm{N}) + \vec{\mathrm{E}}_a(\mathrm{N})$$

On peut appliquer le résultat du plan infini pour le champ crée par la charge placée sur dS

$$\vec{\mathrm{E}}_\sigma(\mathrm{N}) = -\vec{\mathrm{E}}_\sigma(\mathrm{M}) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}_{\text{ext}} \quad \text{et donc} \quad \vec{\mathrm{E}}_a(\mathrm{M}) = \vec{\mathrm{E}}_a(\mathrm{N}) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}_{\text{ext}}$$

La force crée sur dS est donc $\vec{\mathrm{dF}} = \sigma \mathrm{dS}\, \vec{\mathrm{E}}_a = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\vec{n}_{\text{ext}}\mathrm{dS}$

La surface d'un conducteur est soumis à une « pression électrostatique » dont l'expression est :

$$p = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

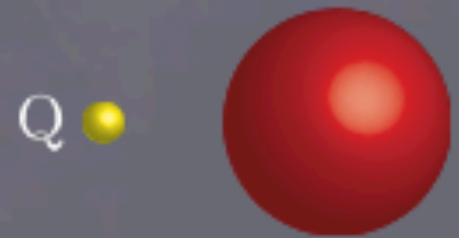
Conducteur à l'équilibre

Une cellule biologique globalement neutre est modélisée comme une double sphère conductrice. On plonge celle-ci dans un champ électrique uniforme et constant $\vec{E}$. Choisir la bonne représentation des charges apparaissant sur la cellule.

5 Aucune charge n'apparaît

Conducteur à l'équilibre

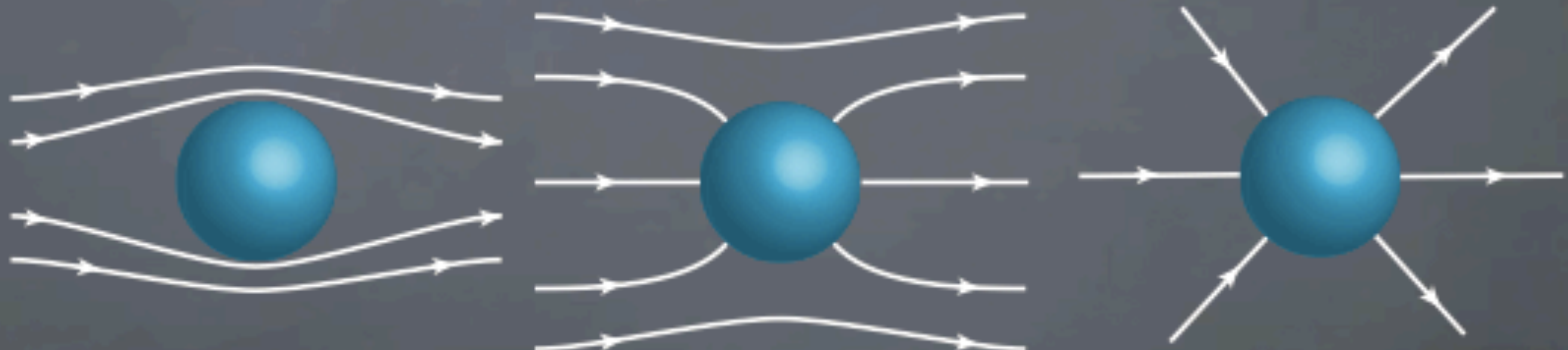
Une charge $Q > 0$ est disposée à proximité d'une sphère métallique neutre.



1. Aucune force n'agit sur la charge Q.
2. Q subit une force répulsive.
3. Q subit une force attractive.

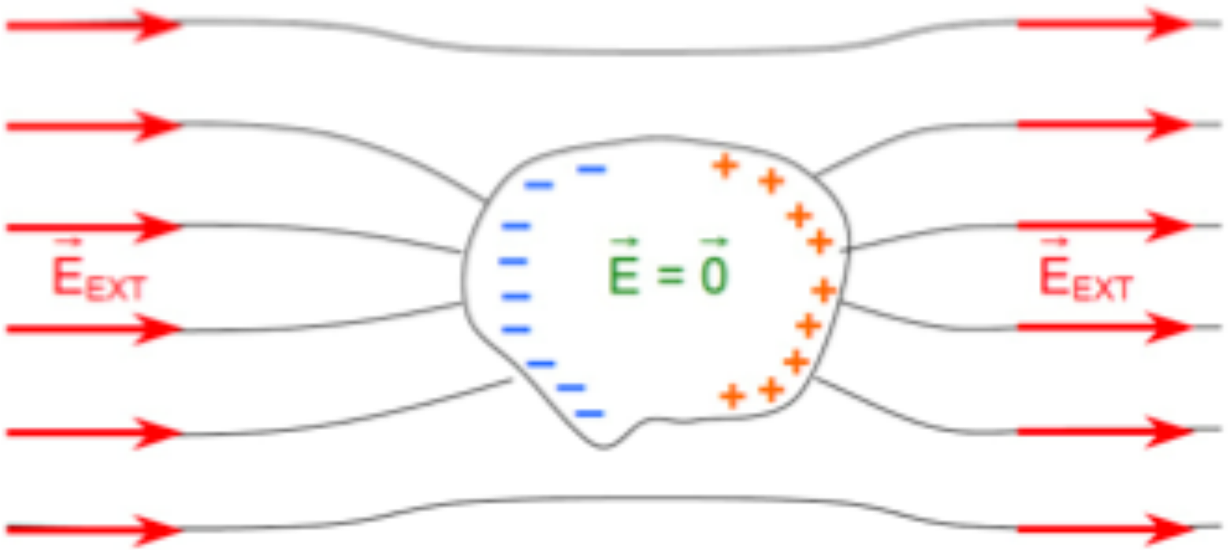
Conducteur à l'équilibre

Une cellule biologique globalement neutre est modélisée comme une sphère conductrice. On plonge celle-ci dans un champ électrique uniforme et constant. Choisir les bonnes lignes de champ.



1 2 3

Polarisation d'un conducteur placé dans un champ, et influence sur ce champ

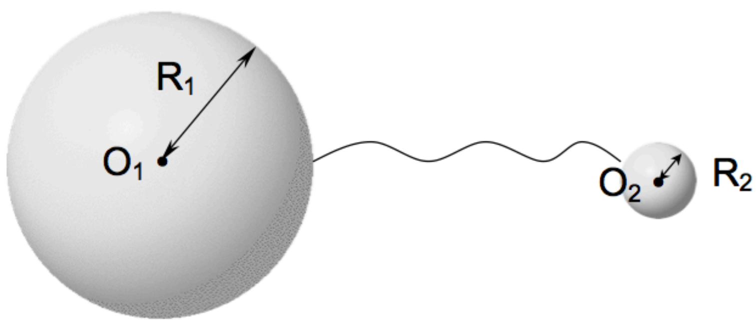


Le champ extérieur induit une redistribution des charges de surface de manière à « écranter » le champ à l'intérieur du conducteur (et donc obtenir un état d'équilibre).

Le champ extérieur est donc modifié (en première approximation, on ajoute un terme dipolaire au champ E_{ext}, dû à la séparation des charges dans le conducteur)

Effet de pointe (« pouvoir des pointes »)

Le potentiel étant constant dans un conducteur à l'équilibre, **le champ électrique crée à la surface de celui ci sera d'autant plus important que le rayon de courbure local de la surface du conducteur est petit**



On calcule le potentiel de la sphère 1 (on choisit le point où le calcul est le plus simple)

$$V_1 = V(O_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{S_1}\frac{\sigma_1 dS}{R_1} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = E_1 R_1$$

On a introduit E_1, le champ immédiatement à l'extérieur de la sphère (on néglige l'influence de la sphère 2)

De même pour la sphère 2, en négligeant l'influence de la sphère 1 :

$$V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = E_2 R_2$$

Puisque V2=V1 (les sphères sont reliées par un fil conducteur), on a

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{R_1}{R_2} \gg 1$$

Le champ E augmente quand le rayon de courbure diminue

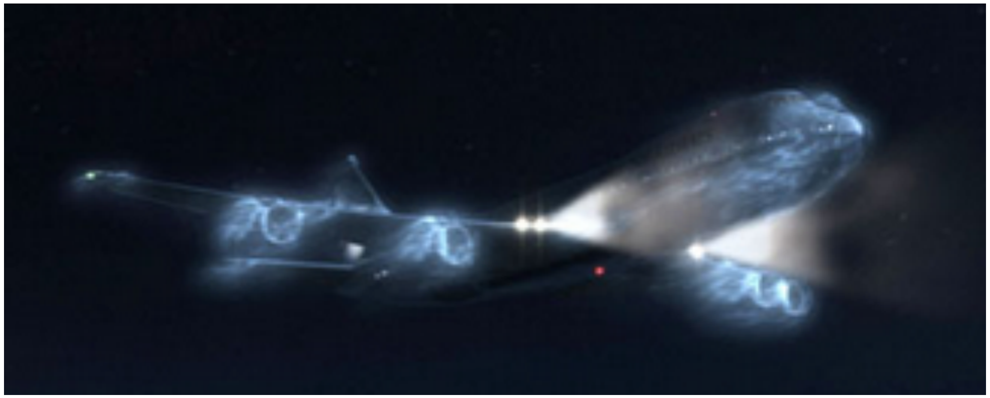
Effet de pointe

Le dessin ci-contre représentant un conducteur chargé est-il qualitativement correct ?

(i.e. y a-t-il accumulation **de charge** au niveau de la pointe ?)

A. OUI
B. NON

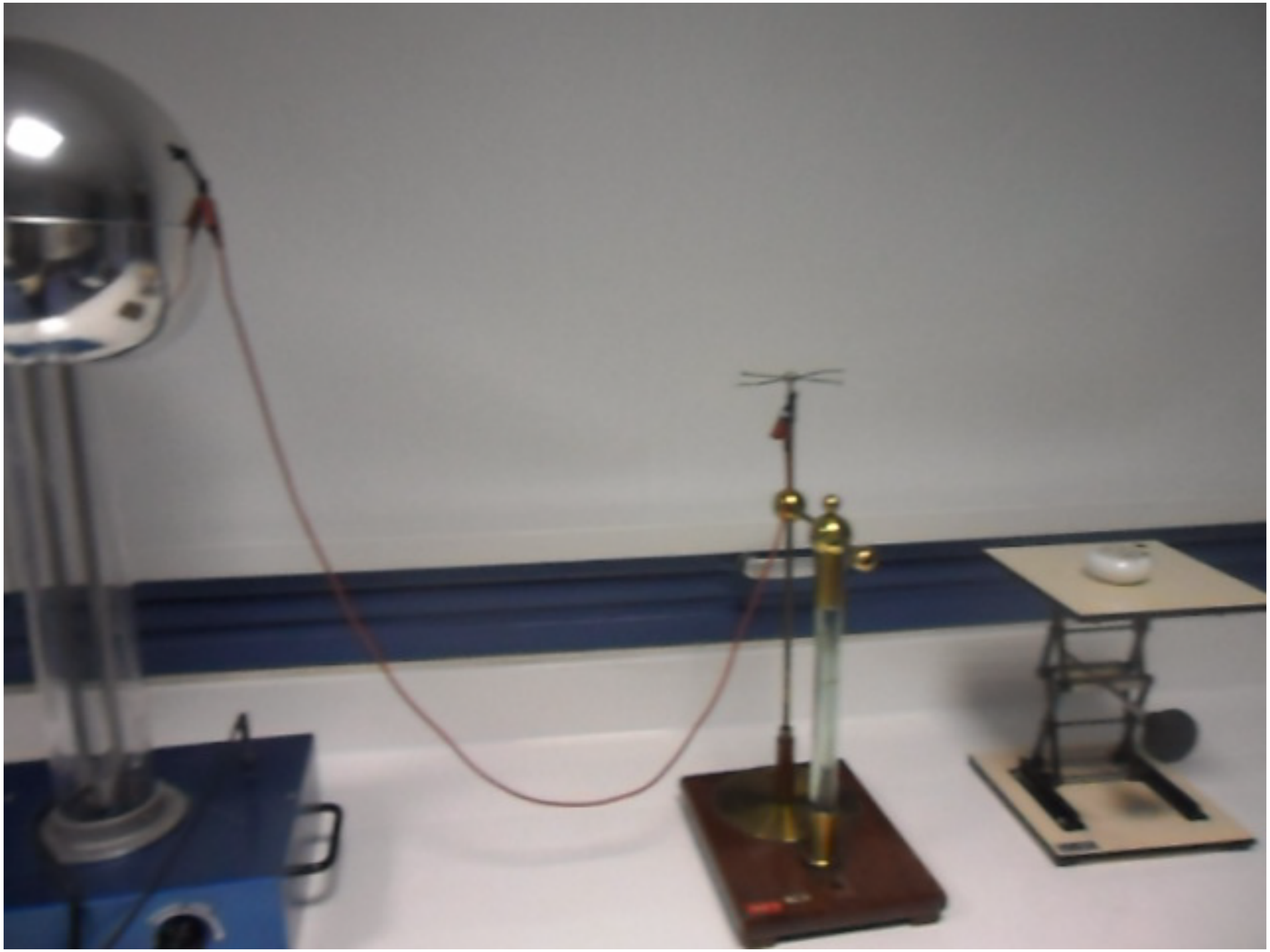
Effet de pointe



Applications :

- Paratonnerre
- Canon à électron
- Microscope à effet de champ
- Châtaigne quand on approche son doit d'une surface de potentiel différent
- Feux de Saint-Elme

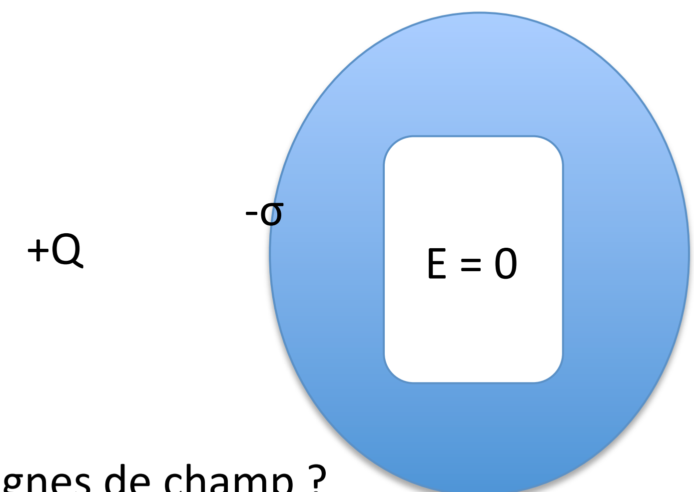
Canon à électron



Effet « cage de Faraday »

Le champ électrique est toujours nul dans une cavité <u>vide de charge</u> placée au sein d'un conducteur.

Démonstration :
- Il ne peut exister d'extremum local du potentiel qu'en présence d'une distribution de charge (Théorème de Gauss).
- Puisque la cavité est vide de charge, et que le conducteur impose une condition aux limites équipotentielle $V=V_{int}$ sur la surface, le potentiel intérieur ne peut qu'être constant et égal à V_{int}.



Lignes de champ ?

Cage de Faraday courantes :
- Voiture
- Boitier d'ordinateur
- Four à micro-ondes
- …

Principe du *blindage* électromagnétique

Conducteur « *isolé* », notion de capacité

On considère un conducteur en état d'équilibre, « loin » de tout autre système de charge. On se place dans la convention V(∞) = 0.

Le potentiel crée par le conducteur dans l'espace vaut $V(M) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int_S \frac{\sigma dS}{r}$

La charge portée par le conducteur vaut $Q = \displaystyle\int_S \sigma dS$

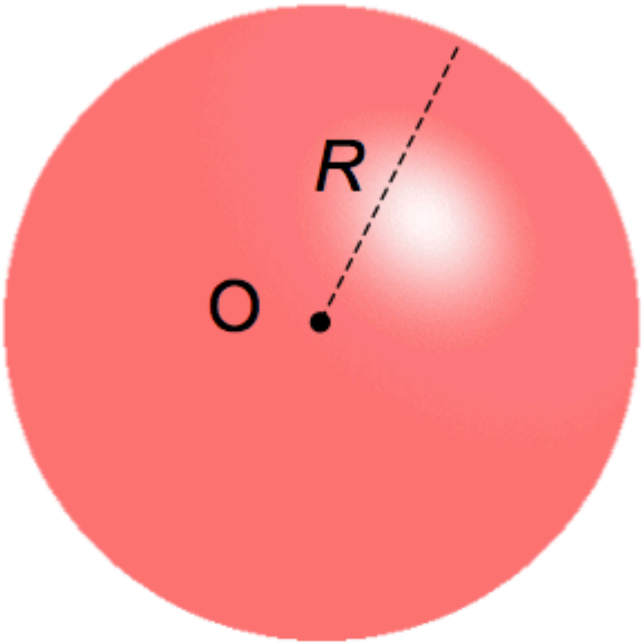
Si on multiplie la charge Q par une constante k (Q'=kQ), la nouvelle distribution surfacique est en tout point multipliée par k (σ'=kσ) et donc le nouveau potentiel V'=kV.

Le potentiel et la charge varient donc toujours en proportion. On peut donc définir une grandeur, dite capacité du conducteur, égale à leur rapport, qui ne dépendra **que de la géométrie du conducteur**,

$$C = Q/V$$

La capacité est exprimée en **Farad**

Capacité de la sphère



$$V = V(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma\, ds}{R}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_S \sigma\, ds$$

D'autre part :

$$Q = \int_S \sigma\, ds$$

d'où : $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

Energie potentielle du conducteur chargé

L'énergie potentielle du conducteur isolé portant une charge Q est simplement l'énergie d'interaction de la distribution de charge qu'il porte en surface. Il s'agit donc de

$$E_p = \frac{1}{2}\int_{M\in S}\sigma(M)V(M)dS$$

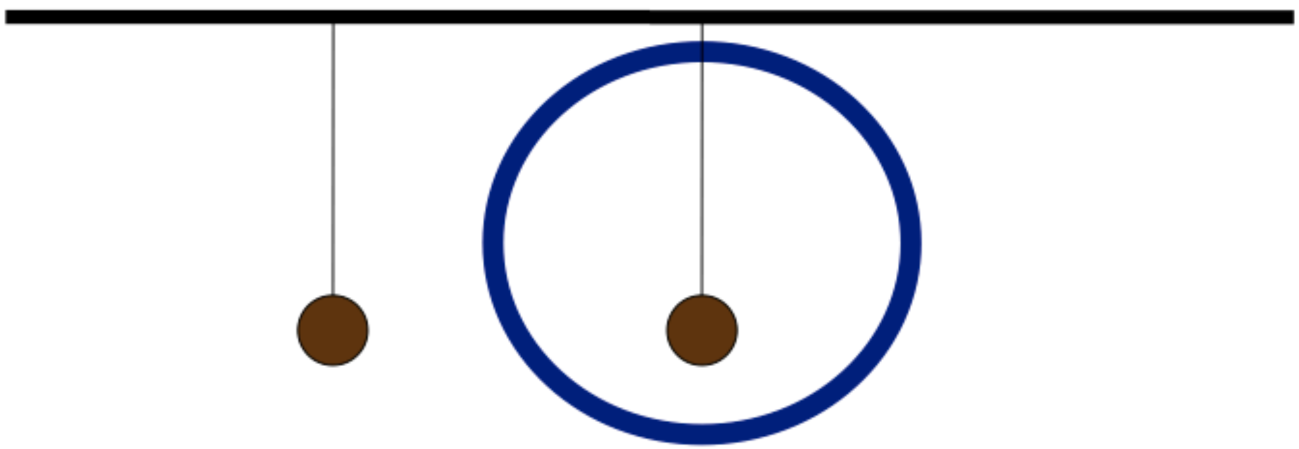
Puisque le conducteur est équipotentiel, cette énergie se calcule facilement :

$$E_p = \frac{1}{2}V\int_{M\in S}\sigma(M)dS = \frac{1}{2}QV$$

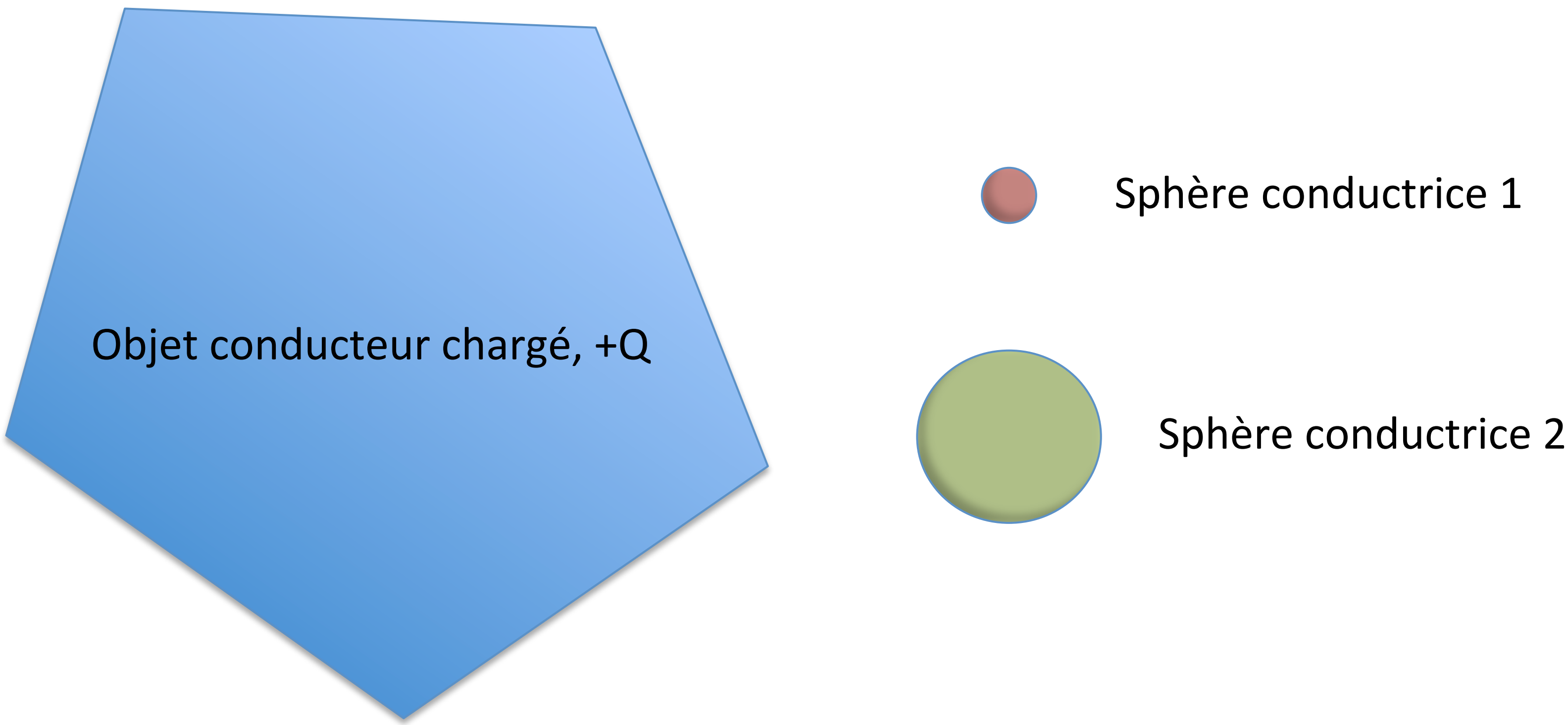
On peut ré-exprimer cette grandeur en fonction de la capacité de manière à ne faire intervenir que la charge, ou le potentiel

$$E_p = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Deux boules de sureau initialement déchargées sont placées respectivement à l'intérieur et à l'extérieur d'une sphère creuse conductrice.
On charge la sphère conductrice. **Quelle(s) boule(s) est(sont) animée(s) d'un mouvement ?**



A. Aucune.
B. La boule de sureau placée à l'extérieur.
C. La boule de sureau placée à l'intérieur.
D. Les deux boules.



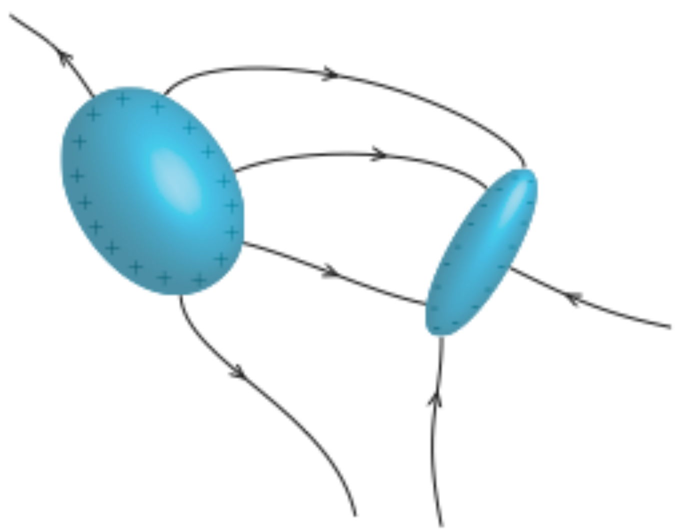
On met en contact les sphères conductrices initialement déchargées avec l'objet conducteur chargé :

A. La sphère 1 récupère plus de charge que la sphère 2
B. La sphère 2 récupère plus de charge que la sphère 1
C. Les deux sphères récupèrent la même quantité de charge
D. Aucune sphère ne récupère de charge
E. La charge récupérée dépend du point de contact (« angle » ou « segment droit »)

Ça se complique :/
Ensemble de conducteurs en interaction

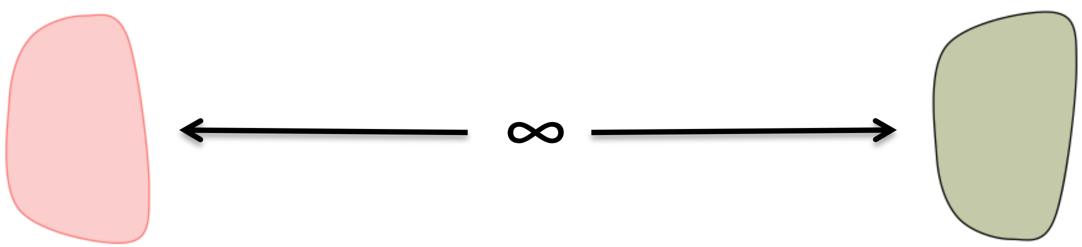
<u>**Théorème d'unicité**</u> : Soient N conducteurs de géométrie donnée en état d'équilibre, interagissant. **L'état de ce système est entièrement déterminé par la connaissance de la charge Q_i ou du potentiel V_i de chaque conducteur**, car il n'existe qu'un unique état d'équilibre satisfaisant (Q_i, V_i) pour chacun des conducteurs.

Ce théorème provient directement du fait que le potentiel est solution de l'équation de Poisson. Cette équation admet une solution unique pour des conditions aux limites données (Théorème de Dirichlet-Van Neumann)

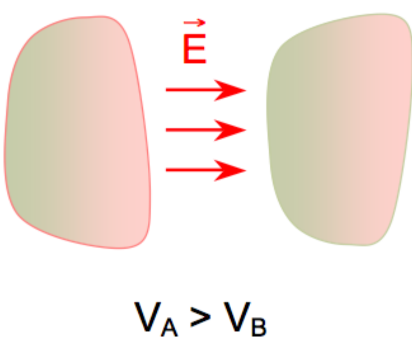


Mise en interaction de deux conducteurs : phénomènes d'influence électrostatique

On considère deux conducteurs A et B initialement isolés, de charge Q_A et Q_B.



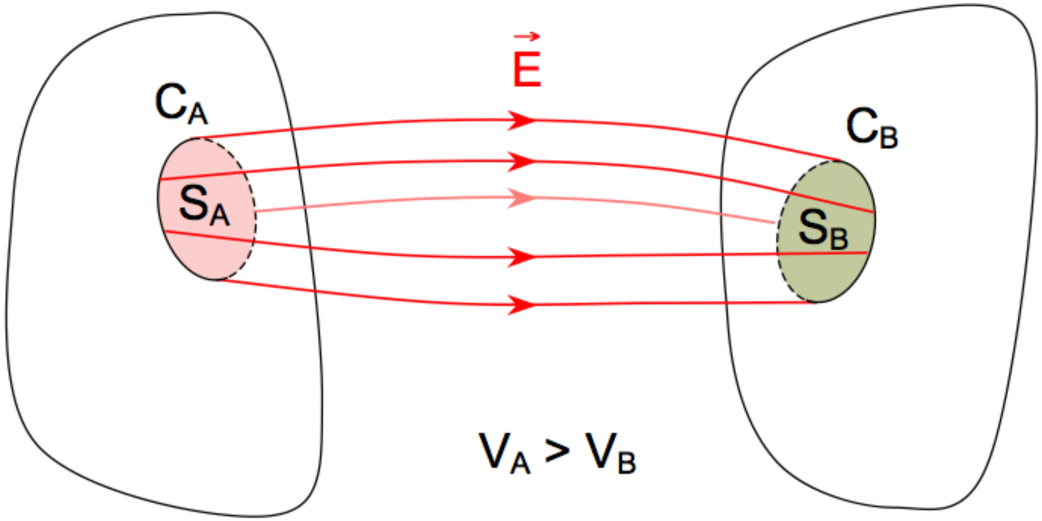
On les rapproche l'un de l'autre : ils entrent en interaction



Il apparaît un champ électrique, qui va modifier la répartition de la charge en surface, et va polariser les deux conducteurs.

Théorème des éléments correspondants

Soit un « tube de flux » reliant deux surfaces des conducteurs A et B



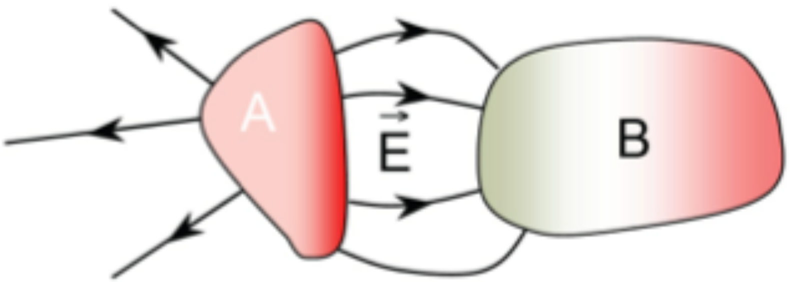
L'application du théorème de Gauss sur ce tube refermé par deux éléments de surface intérieurs aux conducteurs (ou le champ est nul) donne le résultat

$$Q_A = -Q_B$$

Théorème : Les charges électriques portés par deux éléments correspondants (reliés par un tube de flux) sur deux conducteurs sont opposées

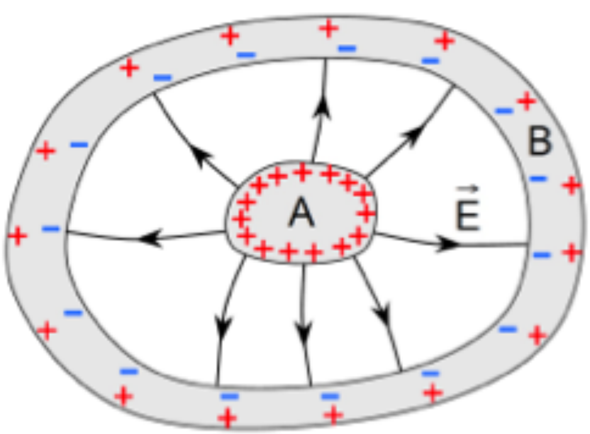
Influence entre deux conducteurs

<u>Influence partielle :</u> tout le flux électrique provenant de A ne passe pas par B (il existe des tubes de flux issus de A et non connectés à B)



Ici A est chargé et B est neutre

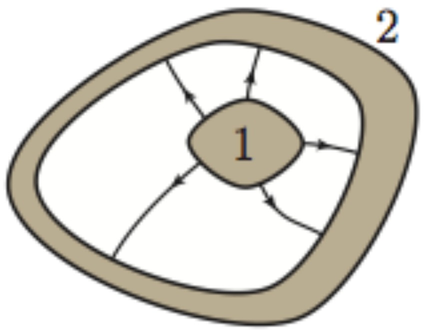
<u>Influence totale :</u> tout le flux électrique provenant de A passe par B (tout tube de flux issu de A est connecté à B)

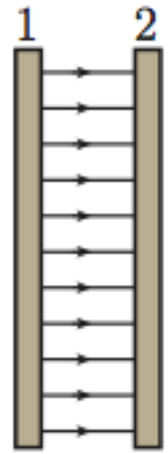


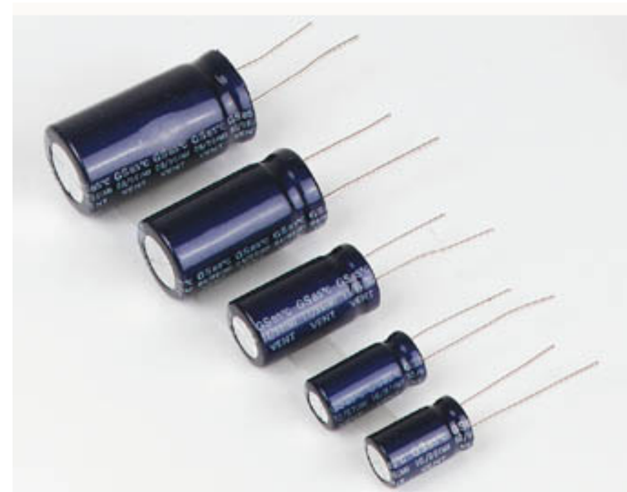
Ici aussi A est chargé et B est neutre.

Dans le cas d'une influence totale, le théorème des éléments correspondants impose que la charge portée par la surface intérieure de B soit opposée à la charge portée par A

Deux conducteurs en influence totale : le condensateur







Le condensateur est un système globalement neutre de deux conducteurs (dits « armatures » du condensateur) en influence électrostatique totale.

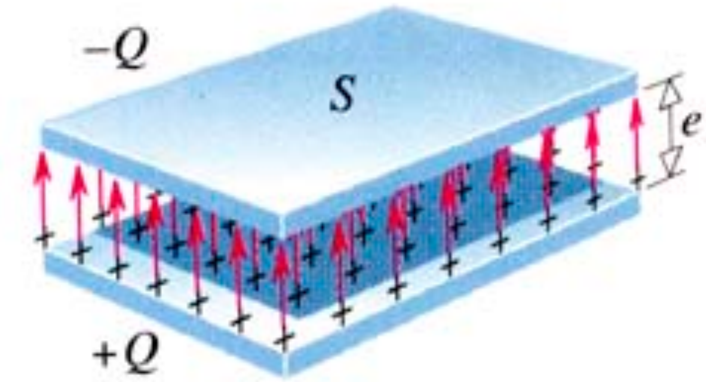
Les charges sur l'un et l'autre des armatures sont donc opposées $Q_1 = -Q_2$

On définit la capacité d'un condensateur comme C = Q/U.
U est la différence de potentielle entre les deux armatures.
Q est la charge portée par les armatures.
C est toujours positive, et ne dépend que de la géométrie du condensateur

Capacité de quelques condensateurs de géométrie simple

Condensateur plan :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \qquad U = \frac{\sigma \ell}{\varepsilon_0}, \qquad C = \frac{\varepsilon_0 S}{\ell}$$



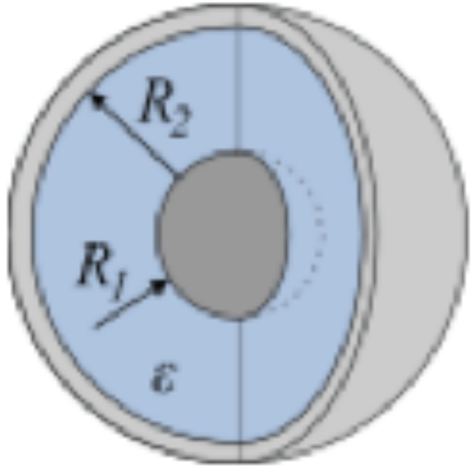
Condensateur cylindrique :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}, \qquad U = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}, \qquad C = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln R_2/R_1}$$

Condensateur sphérique :

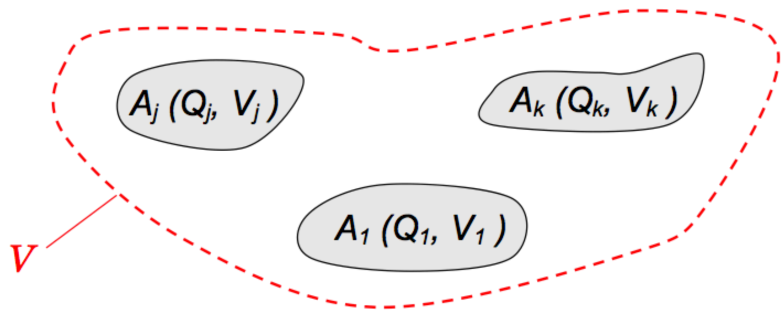
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \qquad U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



Energie potentielle d'un ensemble de conducteurs à l'équilibre

L'énergie d'un ensemble de N conducteurs à l'équilibre est égale à l'énergie d'interaction de chaque distribution de charge avec elle-même, et avec les autres.

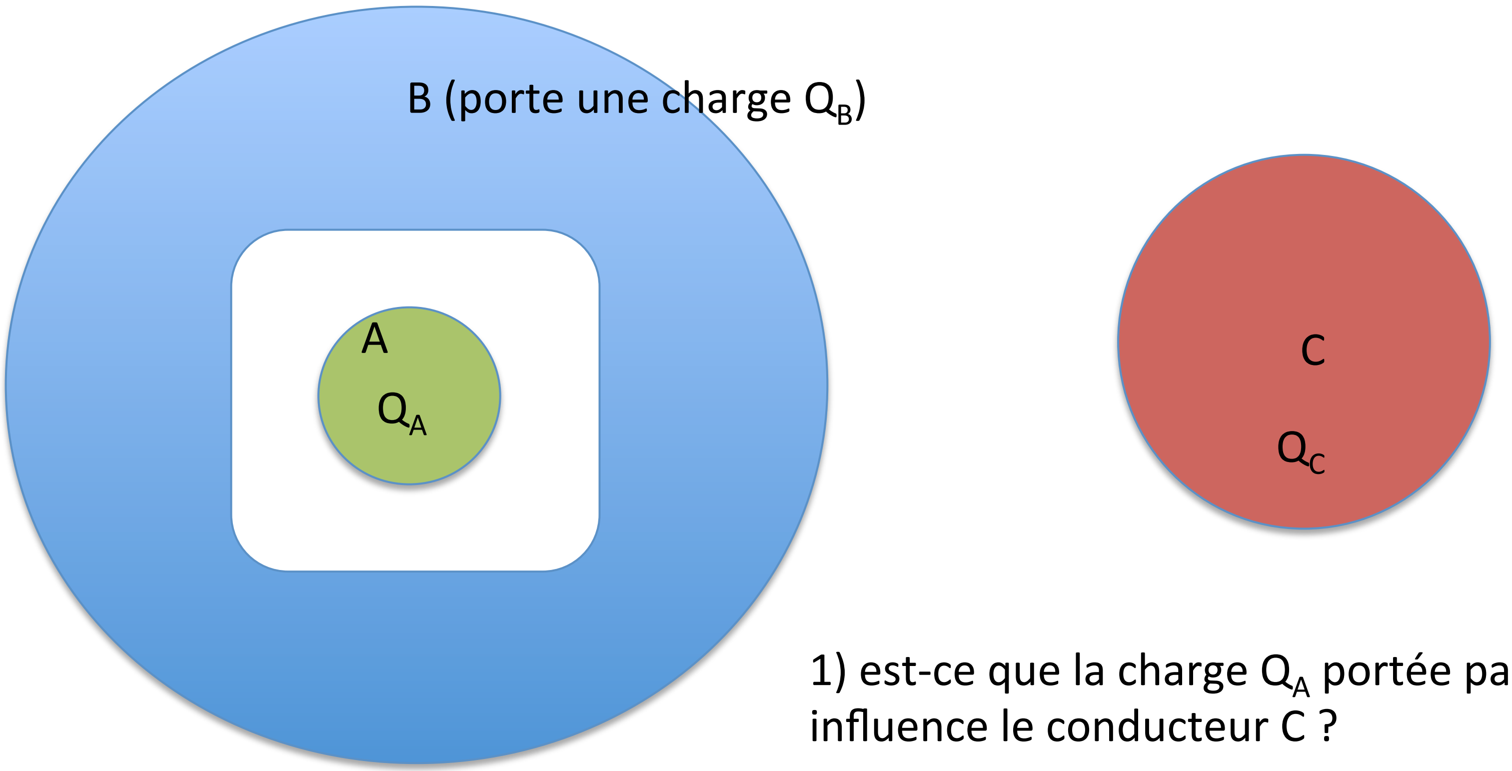


$$E_p = \frac{1}{2}\int_V \rho(M)V(M)d\tau$$

Puisque les charges ne sont distribuées qu'en surface, et que chaque conducteur est équipotentiel, l'énergie peut s'exprimer très simplement

$$E_p = \frac{1}{2}\sum_i \int_{S_i} \sigma_i V_i dS = \frac{1}{2}\sum_i Q_i V_i$$

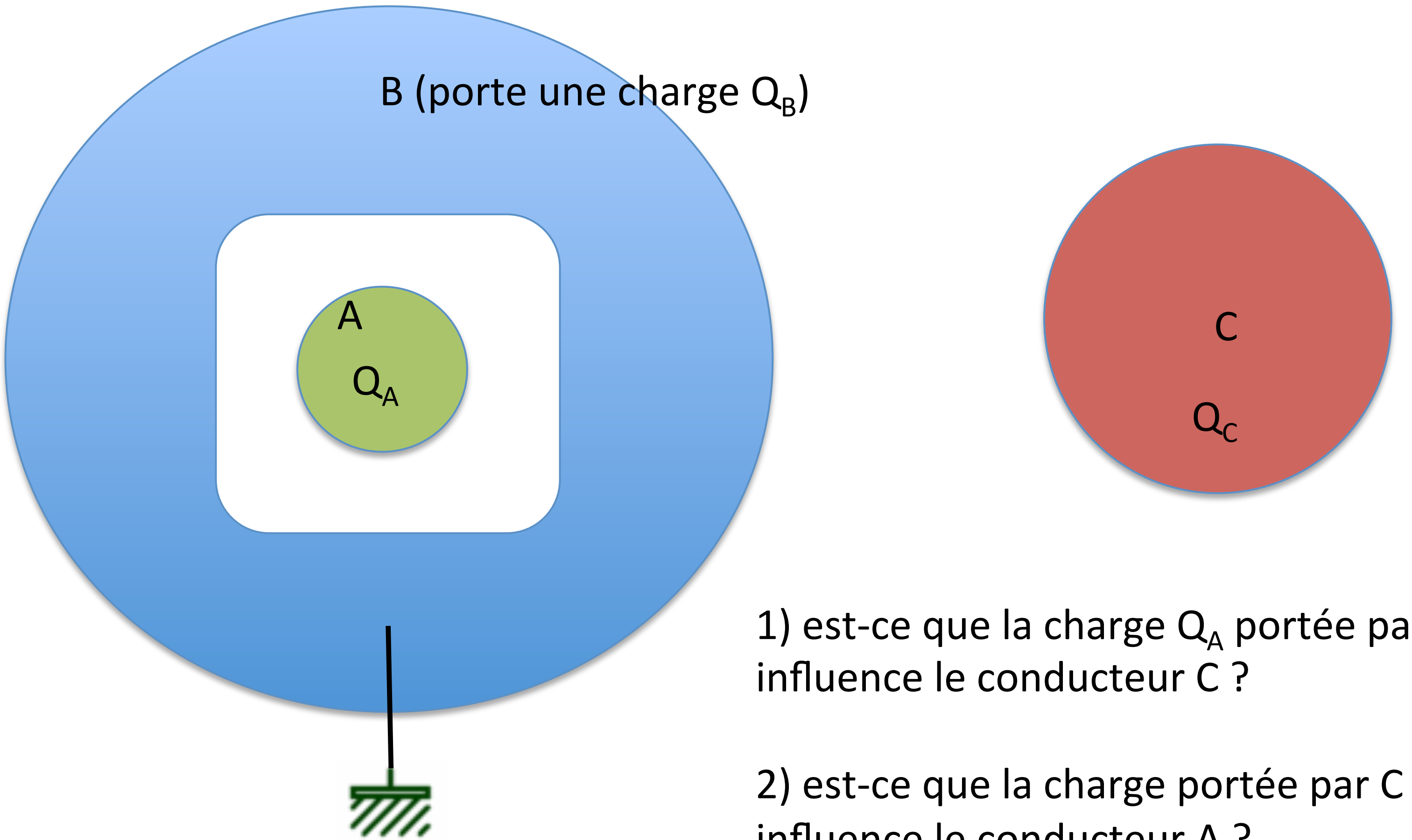
Ecran électrostatique : rôle de la masse



1) est-ce que la charge Q_A portée par A influence le conducteur C ?

2) est-ce que la charge portée par C influence le conducteur A ?

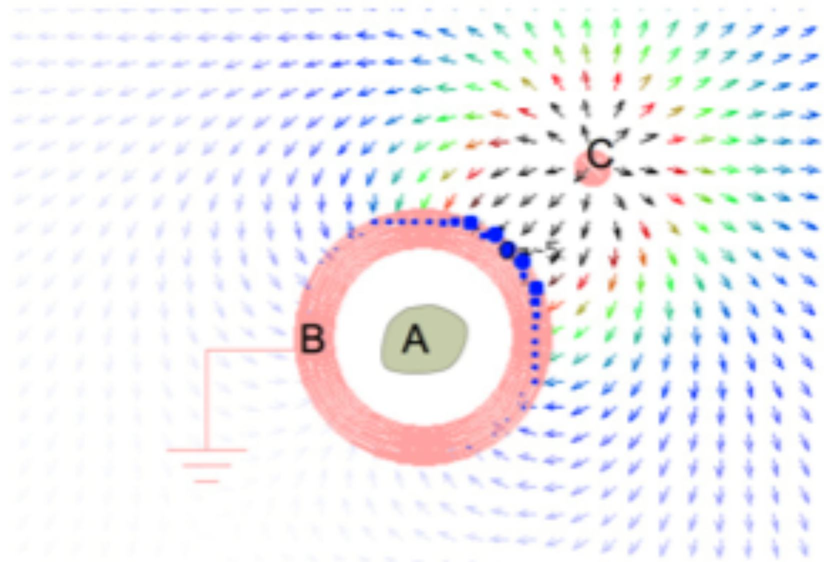
Ecran électrostatique : rôle de la masse



1) est-ce que la charge Q_A portée par A influence le conducteur C ?

2) est-ce que la charge portée par C influence le conducteur A ?

Ecran électrostatique, rôle de la masse



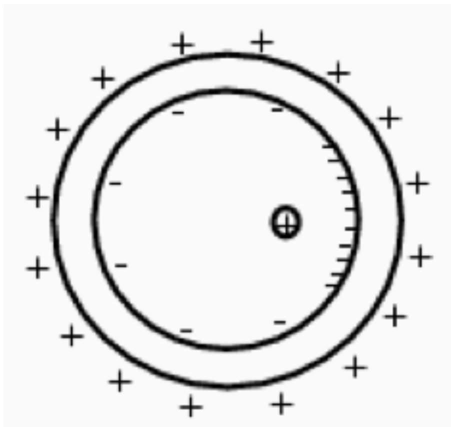
Influence de A sur C différente selon que B est ou non-relié à la masse. La masse est un ***réservoir*** de charge. **Elle impose un potentiel constant**.

La non-influence de A sur C si le potentiel de B est maintenu constant est une conséquence directe de **l'unicité de la solution de l'équation de Poisson**, pour des conditions aux limites données (ici le potentiel de B) – c'est le théorème de Dirichlet-Van Neumann.

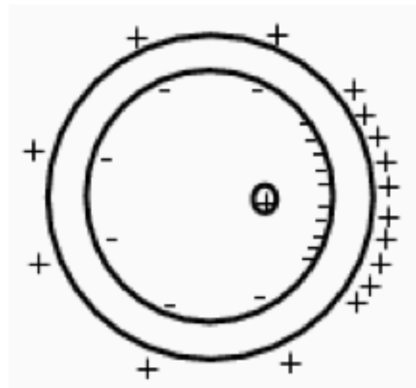
B sépare dans ce cas l'espace en deux sous-espaces totalement indépendants d'un point de vue électrostatique. Il jour le rôle **d'écran électrostatique.**

La charge positive est déplacée et maintenue ***hors du centre*** de la sphère creuse conductrice neutre. Quelle figure représente la distribution de charges sur les surfaces intérieure et extérieure de la sphère ?

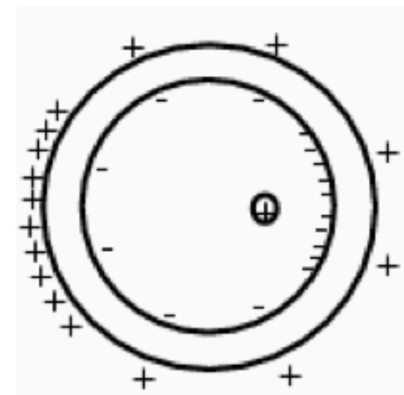
1.



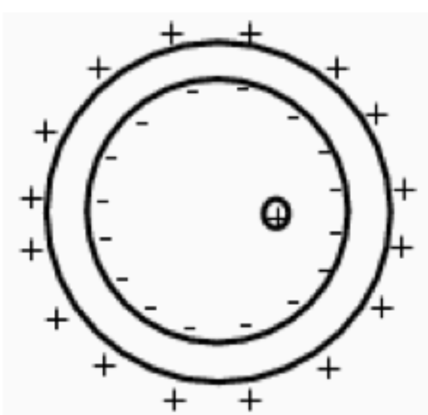
2.



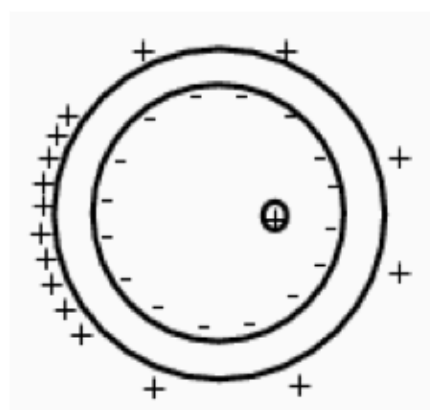
3.



4.

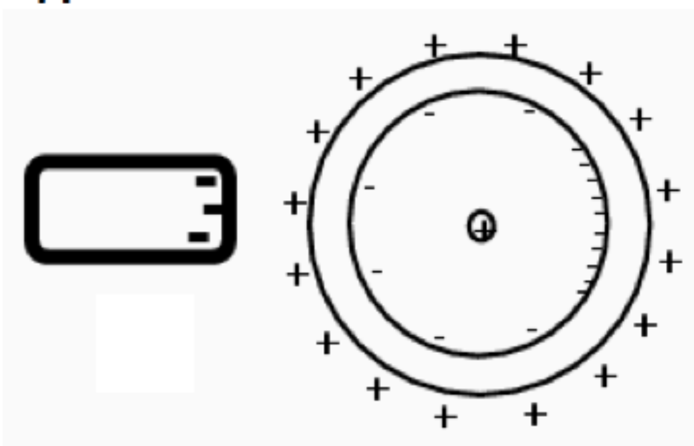


5.

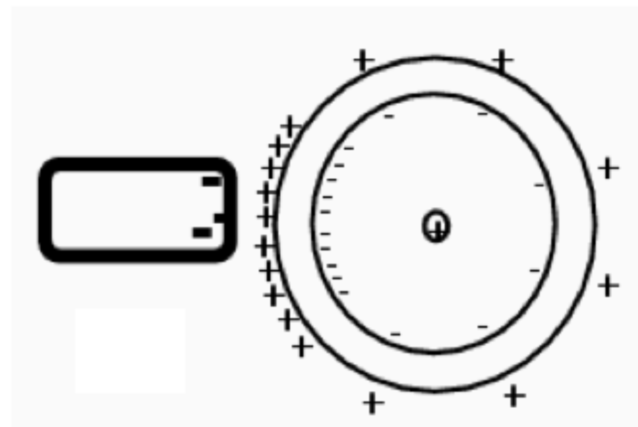


La charge positive +Q est de nouveau maintenue <u>au centre</u> de la sphère creuse. Un objet portant une charge négative –Q est approché près de la sphère conductrice. Quelle figure représente la distribution de charges sur les surfaces intérieure et extérieure de la sphère ?

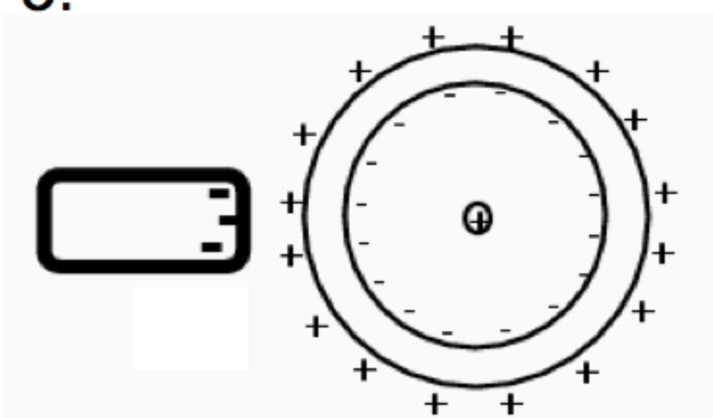
1.



2.



3.



4.