

Module 2P021

Electromagnétisme et Electrocinétique

Cours d'Arnaud Zaslavsky, année 2016

Contact :

arnaud.zaslavsky@obspm.fr

ou

arnaud.zaslavsky@upmc.fr

Déroulement du cours sur le second semestre

Cours réparti sur 17 séances (34h)

- 5 séances le jeudi de 13h45 à 15h45 : amphi 24 (sauf aujourd'hui...)
- 12 séances le vendredi de 10h45 à 12h45 : amphi 24
- Mineure & mono-disciplinaire

Travaux dirigés & assimilés : 20 séances (40h)

- 13 séances de TD
- 4 séances de résolution de problèmes (RP) - **évaluées**
- 3 séances de tutoriels

Travaux pratiques : 4 séances (16h) - évalués

- 2 TP « normaux » : Magnétostatique et Induction
- 2 TP/TD sur l'électrocinétique

*Dernier cours le (25/03)
(les colles continuent un peu après)*

Modalités d'évaluation

Contrôle continu sur 25 points

- 1 Contrôle en amphitheâtre (date à définir) : 15 pts
- 4 Résolution de problèmes : 8 pts
- 2 Colles : 7 pts

Travaux pratiques sur 15 points

- un compte rendu à rendre à la fin de chaque séance

Examen 1ère session sur 55 points

Remarques sur les TP

La présence en TP est obligatoire

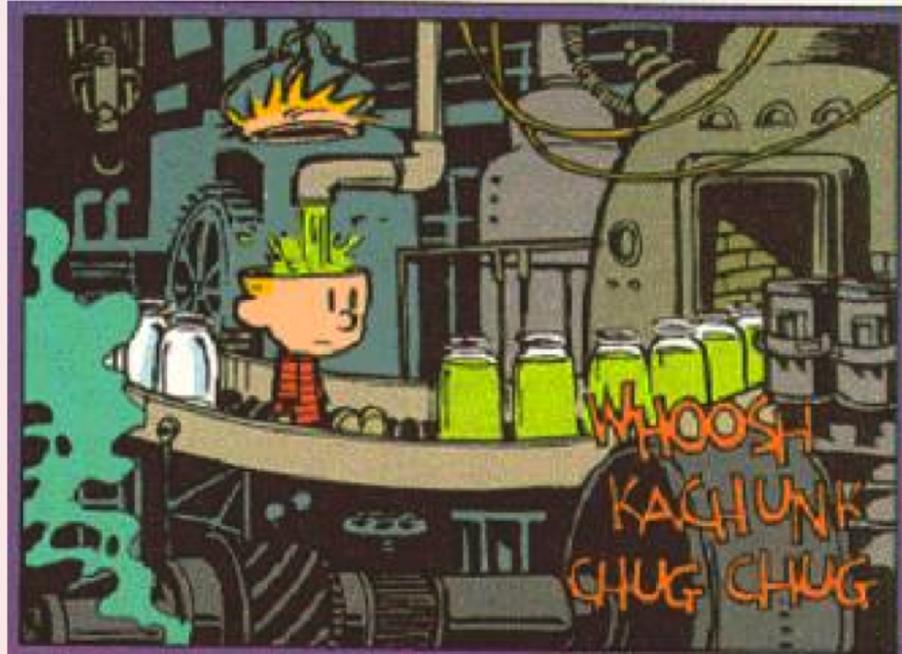
En cas d'absence justifiée à un TP :

- Se présenter sous 7 jour au secrétariat (Marie-Bernadette Povie (23/33))
- Les absences justifiées sont : maladie, décès d'un proche, convocation administrative, obligation professionnelle
- Si un rattrapage est possible, un papier vous sera remis pour vous communiquer votre groupe de rattrapage. Ce papier devra être présenté à l'encadrant de TP le jour du rattrapage.
- Si le rattrapage est impossible : cela vous sera signifié par la secrétaire. Dans ce cas, votre moyenne sera calculée sur 3 notes au lieu de 4.

En cas d'absence injustifiée à un TP, c'est 0 (zéro) en TP, et par conséquent à l'UE selon les modalités de contrôle des connaissances de la licence.

Quelques règles pédagogiques

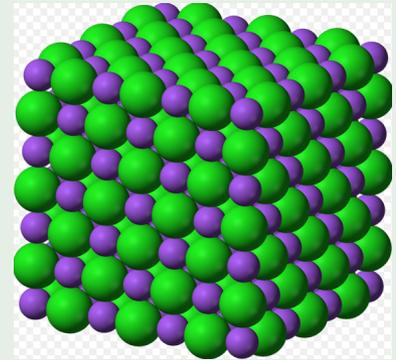
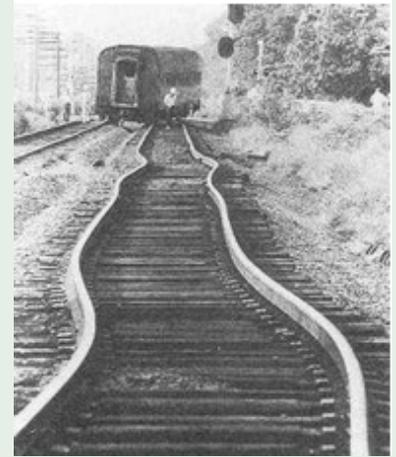
- Notre cerveau n'est pas un vase qu'il suffit de remplir.



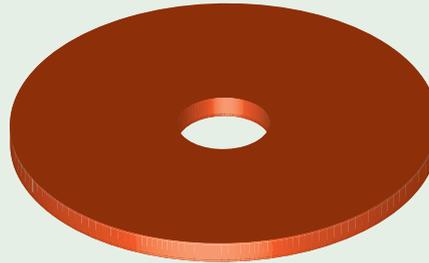
- Ce qui compte, ce n'est pas ce que fait le professeur, mais ce que fait l'étudiant.

Exemple sur la dilatation – une introduction au phénomène

- Lorsque l'on augmente la température d'un solide, celui-ci se dilate : son volume augmente, autrement dit sa densité diminue.
- Ceci est explicable intuitivement si l'on observe la structure du cristal métallique à l'échelle microscopique.



Exemple sur la dilatation (Eric Mazur)



Lorsque l'on chauffe la plaque métallique ci-dessus, la taille du trou central

- 1 Augmente.
- 2 Diminue.
- 3 N'évolue pas.



Récupérer les planches montrées en cours ?

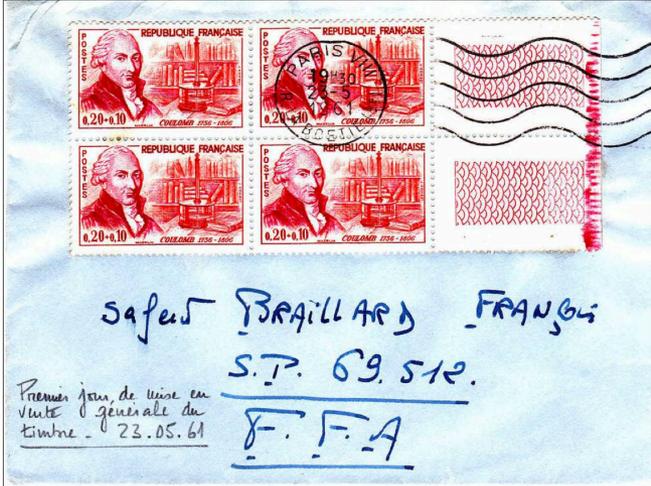
Firefox Fichier Édition Affichage Historique Marque-pages Outils Fenêtre Aide Mer. 15:29

Arnaud Zaslavsky | Enseignement

https://perso.lesia.obspm.fr/arnaud-zaslavsky/ nergie interne gaz monoatomique

2P021 – Cours 1 et 2 : Champ et potentiel coulombiens

Publié le 18 février 2015 par Arnaud



PDF des présentations des deux premières séances de cours

[cours_2P021_1_ChampPotentiel](#)

Publié dans Non classé | Commentaires fermés



<https://perso.lesia.obspm.fr/arnaud-zaslavsky/>



Electromagnétisme : introduction générale

Electromagnétisme : unification de deux concepts historiquement considérés comme distincts, l'électricité, et le magnétisme

Unification réalisée par Maxwell (1887)

- Notion de champ vectoriel
- Champs dont les propriétés sont déterminées et reliées par 4 équations
- Electrostatique (Maxwell-Gauss)
- Magnétostatique (Maxwell-Ampère)
- Induction (Maxwell-Faraday)
- Absence de monopole magnétique

On ajoutera un terme dit « courant de déplacement » (introduit par Maxwell pour rendre les équations compatibles avec la notion de conservation de la charge) à l'équation de Maxwell-Ampère.

On en déduira que la lumière est une onde électromagnétique !

Chapitre 1 :

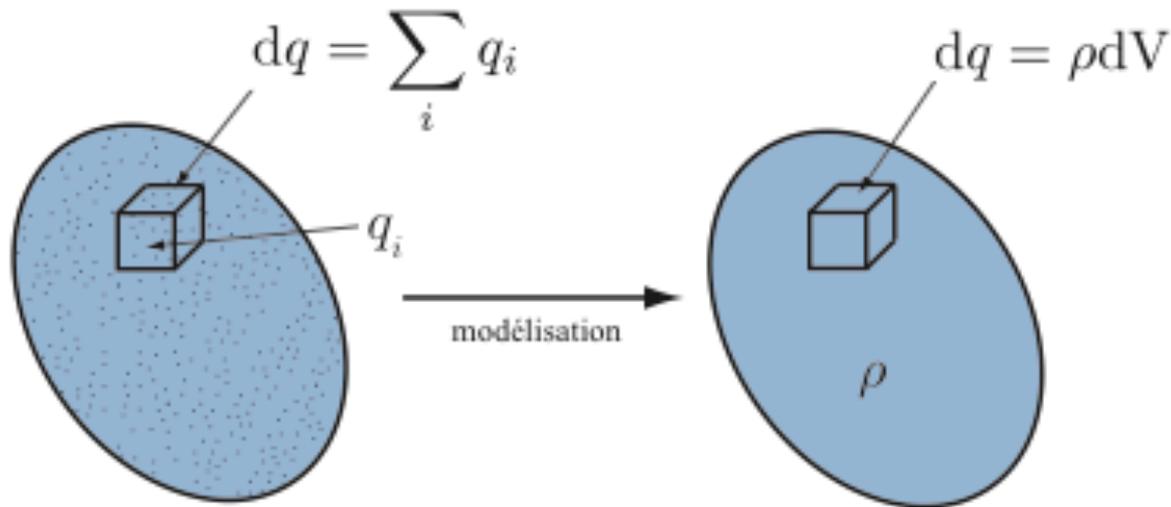
Electrostatique

Notion de charge électrique

- **La charge électrique est une propriété fondamentale de la matière**, tout comme peut l'être la masse.
- Elle quantifie l'intensité des interactions électromagnétiques entre objets
- **Il existe des charges positives et des charges négatives** (à la différence du cas de l'interaction gravitationnelle)
- **La charge électrique est quantifiée** (expérience de Milikan, 1909). Par convention, l'électron porte une charge $-e$, le proton porte une charge $+e$.
- $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ (*note : le Coulomb n'est pas une unité SI fondamentale. Il est défini comme $1 \text{ C} = 1 \text{ A.s}$*)
- **La charge d'un système isolé se conserve** (tout comme la masse en physique non-relativiste)

Distribution continue de charges électriques

- Lorsqu'on se place à une échelle suffisamment grande (ie quand il y a un grand nombre de charge dans un élément de volume dt qu'on considère comme infinitésimal), on peut considérer la charge comme continue (comme la masse d'ailleurs...)

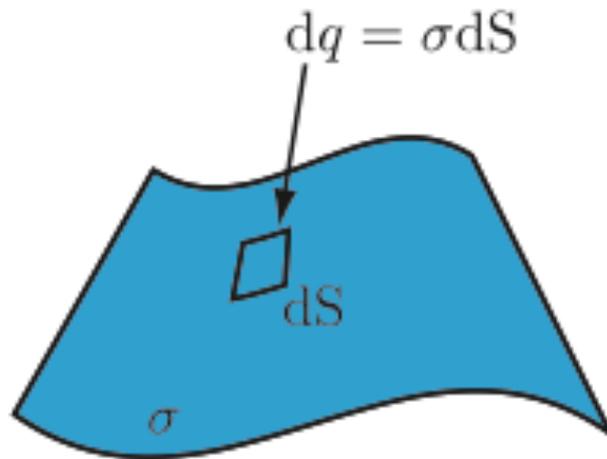


On définit la **densité volumique** de charges ρ par :

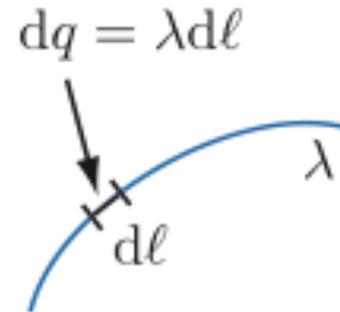
$$\rho = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta v} = \frac{dQ}{dv} \quad \text{en } \text{C} \cdot \text{m}^{-3}$$

Distribution surfaciques et linéiques

- De la même manière qu'on a défini une distribution volumique, **on peut définir des distributions surfaciques, ou linéiques**

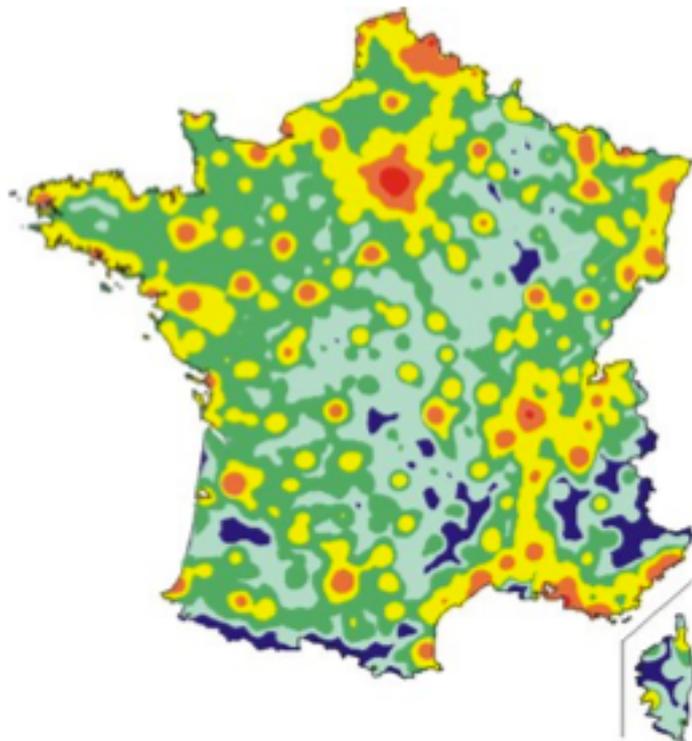


$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dQ}{dS} \quad \text{en C}\cdot\text{m}^{-2}$$



$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{dQ}{dl} \quad \text{en C}\cdot\text{m}^{-1}$$

Petite analogie...



Densité de population 2006 en hab/km²



La densité de population en France (source INSEE 2006).

On représente par une distribution continue le nombre d'individu par unité de surface

Evidemment, cette densité (tout comme la densité de charge), peut dépendre de la position.

Quelques questions avant de poursuivre...

Charges électriques

À combien d'électrons correspond une charge de -160 nC ?

- 1 Dix mille milliards.
- 2 Un million de milliards.
- 3 Un milliard de milliards.
- 4 Aucune des réponses précédentes.
- 5 Je n'ai pas eu le temps de calculer.

Charges électriques

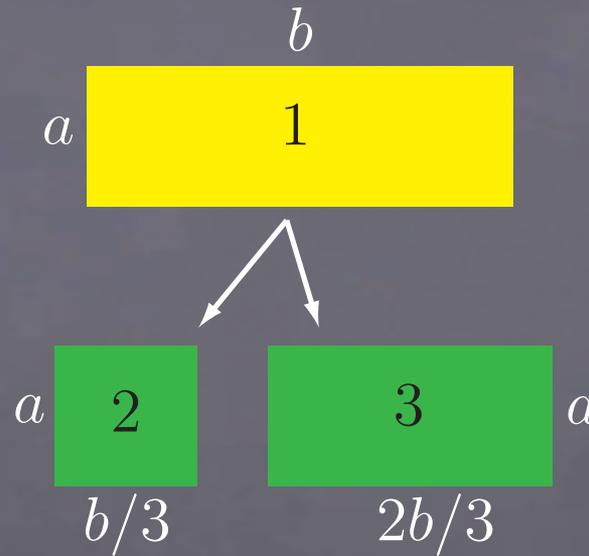
On charge un ballon de baudruche à l'aide d'une peau de chat, puis on le gonfle. Comment évolue la distribution surfacique de charge ?



- 1 Elle diminue.
- 2 Elle augmente.
- 3 Elle reste constante.

Charges électriques

Une charge Q est distribuée uniformément sur un rectangle de taille $a \times b$. Le rectangle original (noté 1) est découpé en deux rectangles plus petits (notés 2 et 3). Que dire des densités surfaciques σ_1, σ_2 et σ_3 ?

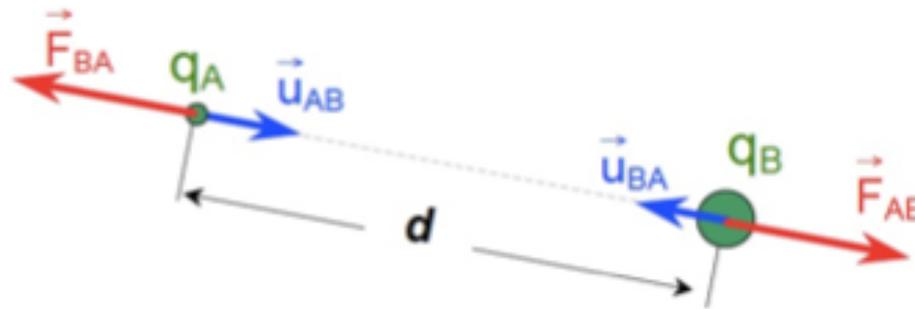


- 1 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.
- 2 $\sigma_2 = \sigma_1/3$ et $\sigma_3 = 2\sigma_1/3$.
- 3 $\sigma_2 = 3\sigma_1$ et $\sigma_3 = 3\sigma_1/2$.
- 4 Aucune des solutions précédentes.

Une petite expérience
(électrisation par frottement...)

Force de Coulomb

- Comme on vient de le voir, deux particules (ou corps) chargées sont en interaction. On appelle **force de Coulomb** la force qui s'exerce entre deux charges fixes q_A et q_B séparées par une distance d



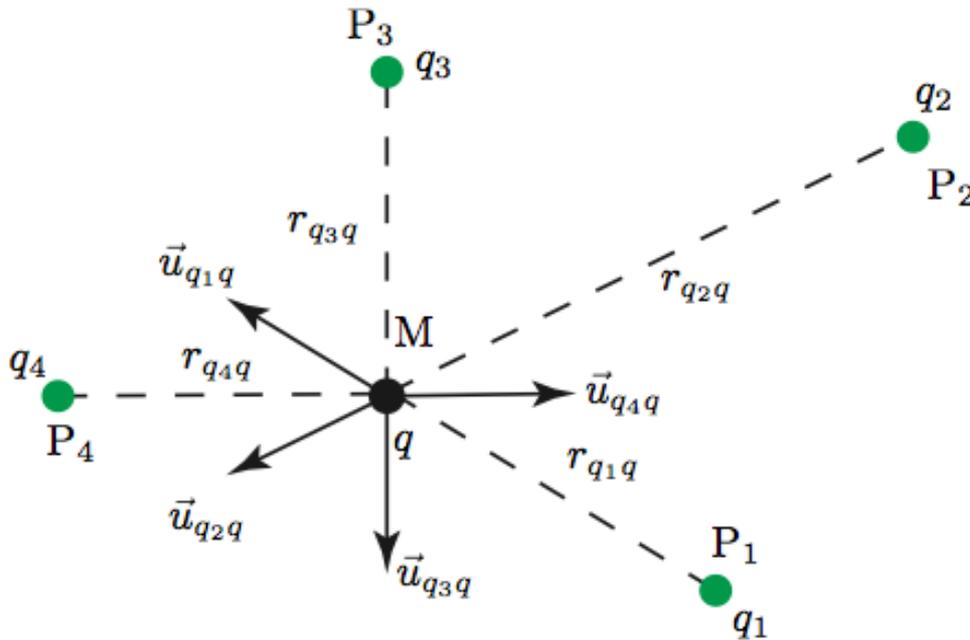
$$\vec{F}_{AB} = K \frac{q_A q_B}{d^2} \vec{u}_{AB}$$

$$: K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$$

- Principe d'action/réaction : $\vec{F}_{BA} = K \frac{q_A q_B}{d^2} \vec{u}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$
- La force de Coulomb est conservative : $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} f$

Principe de superposition

- En présence de plusieurs charges, la force résultante est obtenue en sommant les forces de Coulomb produites par chacune des charges. Il s'agit **du principe de superposition** :



$$\vec{F}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_i q_i \frac{\overrightarrow{P_i M}}{P_i M^3}$$

Le champ électrique

- D'après le théorème de superposition, on constate que la force de Coulomb peut s'écrire

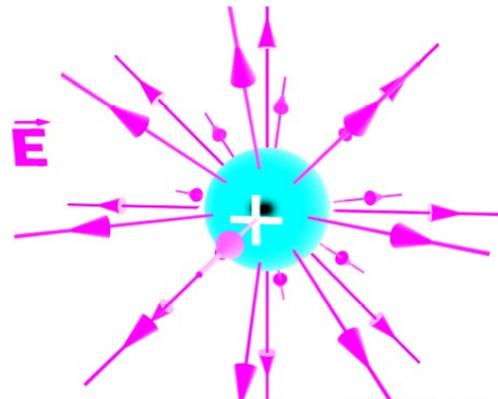
$$\vec{F}(M) = q \vec{E}(M)$$

- Où on a introduit **le champ vectoriel** :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i q_i \frac{\overrightarrow{P_i M}}{P_i M^3}$$

- **Le champ ne dépend que des sources, et pas de la charge au point M**
- **Le champ crée par une charge ponctuelle est radial :**

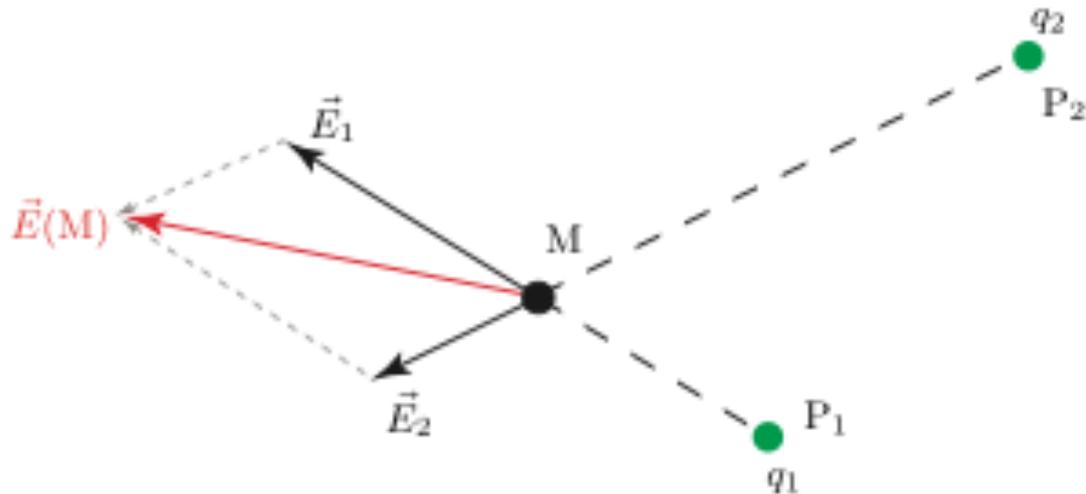
$$E_r(r, \varphi, \theta) \vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



Théorème de superposition

- Le théorème de superposition s'écrit simplement pour le champ

$$\vec{E}(M) = \sum_i \vec{E}_i(M)$$

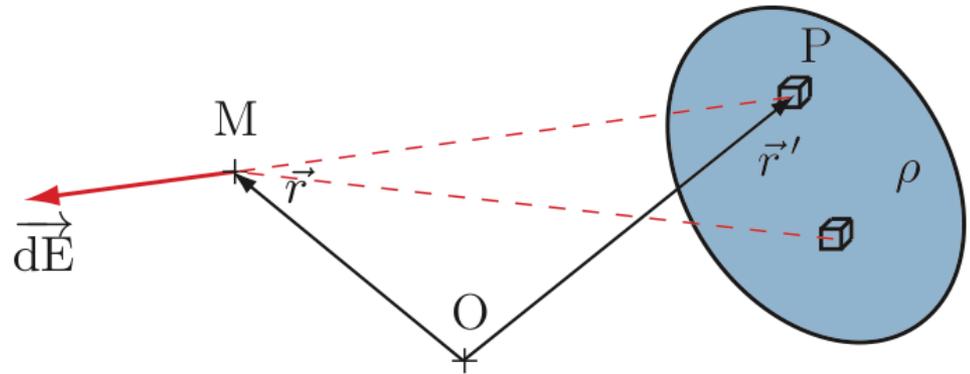


Champ crée par une distribution de charge continue

- D'après le théorème de superposition, **le champ crée en un point M par une distribution volumique de charge est la somme des champ infinitésimaux $d\vec{E}(M)$ créés par les charges élémentaires dq contenues dans le volume considéré**

$$\sum_i q_i \longleftrightarrow \int dq = \iiint \rho(P) dV$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_P dV \rho(P) \frac{\vec{PM}}{PM^3}$$



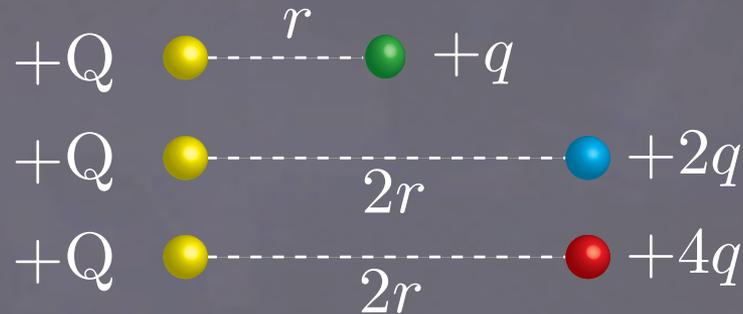
- De la même manière, pour des **distributions de charges linéiques, ou surfaciques**, on obtient

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint dS \sigma(P) \frac{\vec{PM}}{PM^3}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d\ell \lambda(P) \frac{\vec{PM}}{PM^3}$$

Force de Coulomb

On considère la situation ci-dessous.

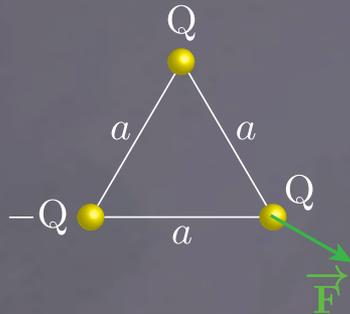


Quelle(s) charge(s) subit la force la plus grande ?

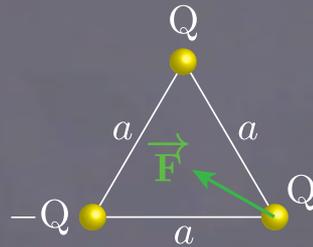
- 1 $+q$ seulement.
- 2 $+2q$ seulement.
- 3 $+4q$ seulement.
- 4 Deux d'entre elles subissent la même force.
- 5 Aucune des réponses précédentes.

Force de Coulomb

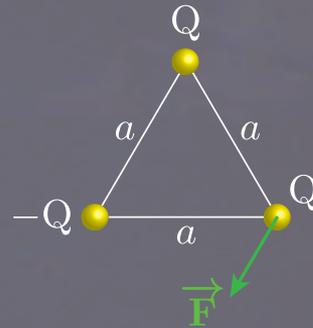
Trois charges sont disposées aux sommet d'un triangle équilatéral. Quel dessin fournit une représentation correcte de la force de Coulomb exercée sur la charge située en bas à droite ?



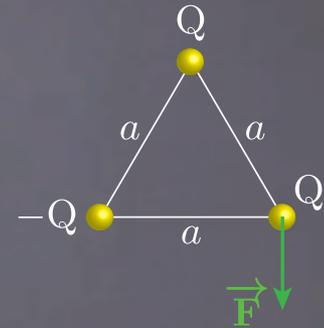
(1)



(2)



(3)



(4)

1 (1)

2 (2)

3 (3)

4 (4)

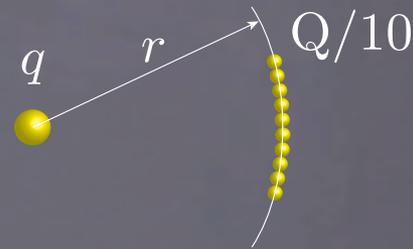
5 Aucun de ces dessins.

Force de Coulomb

On considère, dans une première situation, la force de Coulomb exercée par une charge Q sur une autre charge q . Dans une deuxième situation, on remplace la charge Q par 10 charges $Q/10$ réparties sur un arc de cercle de centre q .



situation 1



situation 2

Que dire de la force de Coulomb exercée sur q dans la situation 2 par rapport à la situation 1 ?

- 1 La force est plus importante dans la situation 1.
- 2 La force est plus importante dans la situation 2.
- 3 Les forces sont les mêmes dans les deux cas.
- 4 Les forces sont de même amplitude mais de direction différente.

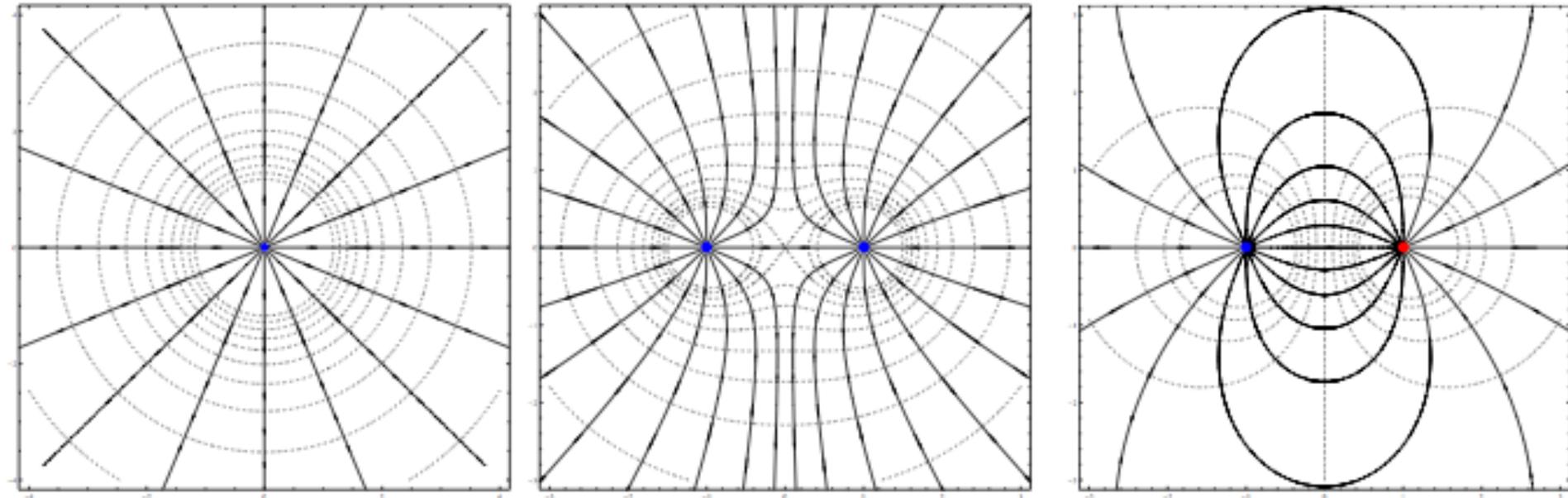
Représentation d'un champ vectoriel : les lignes de champ

- Une ligne de champ est une courbe orientée, telle qu'en tout point M de cette courbe, le champ $\vec{E}(M)$ est tangent à la courbe, et dans le sens de l'orientation de la courbe



- Les lignes de champ ne donnent pas l'amplitude du champ, mais on peut en avoir une idée qualitative en regardant si les lignes se rapprochent (l'amplitude augmente) ou s'éloignent (l'amplitude diminue)

Quelques exemples...



Liens entre les symétries de la distribution de charge et celle du champ ?

Règles d'invariances du champ électrique

- **Notion d'invariance** : Soit un système physique S soumis à une transformation T (translation, rotation, symétrie...). **Le système S est qualifié d'invariant par la transformation T si $T(S)=S$**
- **Les invariances de la distribution de charge ont des conséquences sur les symétries et « dépendances » du champ.**

Invariance par translation

Si $\rho(\vec{r})$ est invariante dans toute translation parallèle à un axe Oz , alors \vec{E} ne dépend pas de z

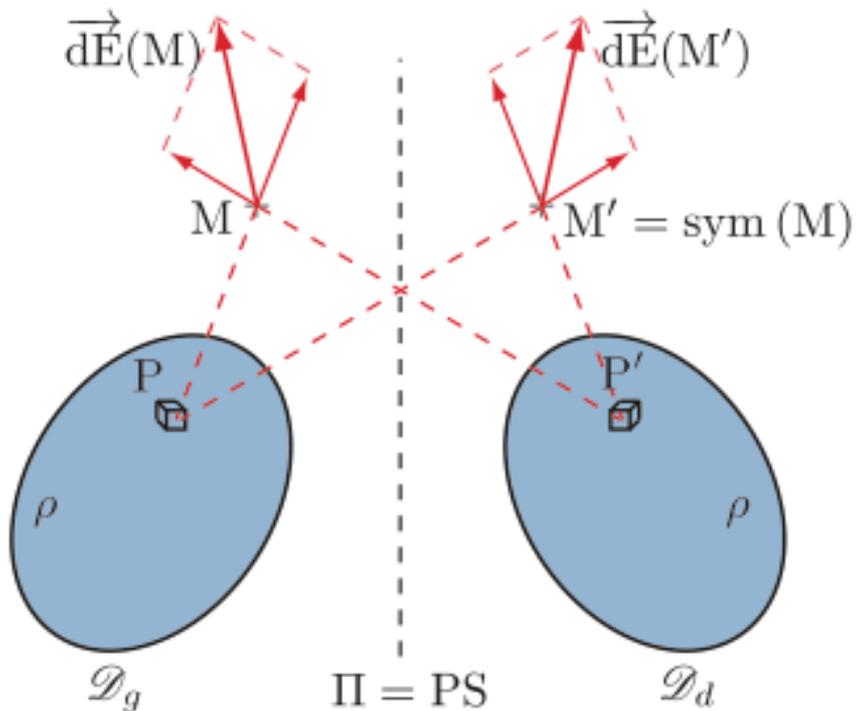
Invariance par rotation / symétrie axiale

Si $\rho(\vec{r})$ est invariante dans toute rotation autour d'un axe Oz , alors $\rho(\vec{r})$ présente une symétrie axiale.

Il convient alors d'utiliser les coordonnées cylindriques. Dans ce cas, $\vec{E}(r, \theta, z)$ ne dépend pas de θ .

Règles de symétrie du champ électrique

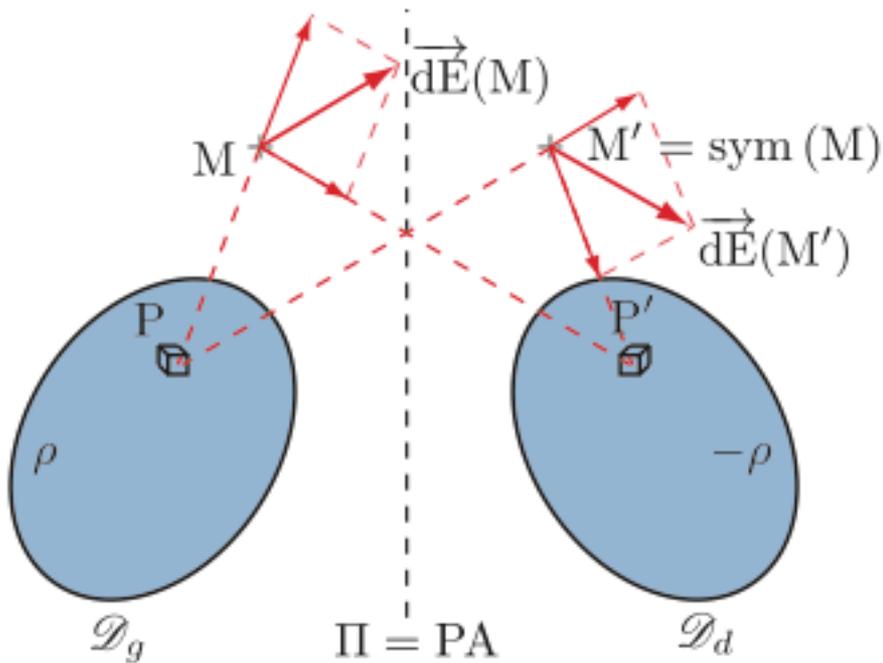
- Plan de symétrie (PS) d'une distribution de charge : tel que le symétrique de la distribution par rapport à ce plan est inchangée (redonne la même distribution de charge)



$$\vec{E}(\text{sym } M) = \text{sym } \vec{E}(M)$$

Règles de symétrie du champ électrique

- Plan d'antisymétrie (PA) d'une distribution de charge : tel que le symétrique de la distribution par rapport à ce plan donne l'opposé de la distribution (distribution d'origine, dans laquelle on inverse le signe de toutes les charges)



$$\vec{E}(\text{sym } M) = -\text{sym } \vec{E}(M)$$

Règles de symétrie du champ électrique

- Résumé IMPORTANT à retenir :

$$\begin{array}{l} \text{PS : } \vec{E}(\text{sym } M) = \text{sym } \vec{E}(M) \\ \text{PA : } \vec{E}(\text{sym } M) = -\text{sym } \vec{E}(M) \end{array}$$

- Conséquence IMPORTANTE à retenir :

- i) Si M appartient à un plan de symétrie de la distribution de charge (noté PS), alors $\vec{E}(M)$ appartient à ce plan. On dit souvent par abus de langage que \vec{E} appartient à ses plans de symétrie.
- ii) Si M appartient à un plan d'anti-symétrie de la distribution de charge (noté PA), alors $\vec{E}(M)$ est perpendiculaire à ce plan. On dit souvent que \vec{E} est perpendiculaire à ses plans d'antisymétrie

Règles de symétrie du champ électrique (cf poly)

1. Fonction scalaire

On s'intéresse aux symétries par rapport à un plan \mathcal{P} . Soit M un point quelconque et f une fonction scalaire (c.-à-d. à valeurs réelles ou complexes) de la position. Notons $M' = \text{sym}_{\mathcal{P}} M$ le symétrique de M par rapport à \mathcal{P} .

Plan de symétrie. \mathcal{P} est un plan de symétrie de f si, pour tout M , on a $f(M') = +f(M)$.

Plan d'antisymétrie. \mathcal{P} est un plan d'antisymétrie de f si, pour tout M , on a $f(M') = -f(M)$.

2. Fonction vectorielle

Symétrique d'un vecteur. Tout vecteur \vec{v} peut s'écrire $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$, où \vec{v}_{\parallel} est la composante parallèle à \mathcal{P} et \vec{v}_{\perp} est la composante normale. Le symétrique de \vec{v} par rapport à \mathcal{P} est le vecteur

$$\text{sym}_{\mathcal{P}} \vec{v} := \vec{v}_{\parallel} - \vec{v}_{\perp}.$$

Soit \vec{f} une fonction vectorielle de la position. Posons $\vec{v} = \vec{f}(M)$ et $\vec{v}' = \vec{f}(M')$, où $M' = \text{sym}_{\mathcal{P}} M$.

Plan de symétrie. \mathcal{P} est un plan de symétrie de \vec{f} si, pour tout M , on a

$$\vec{v}' = +\text{sym}_{\mathcal{P}} \vec{v}, \quad \text{c.-à-d.} \quad \vec{v}'_{\parallel} = +\vec{v}_{\parallel} \quad \text{et} \quad \vec{v}'_{\perp} = -\vec{v}_{\perp}.$$

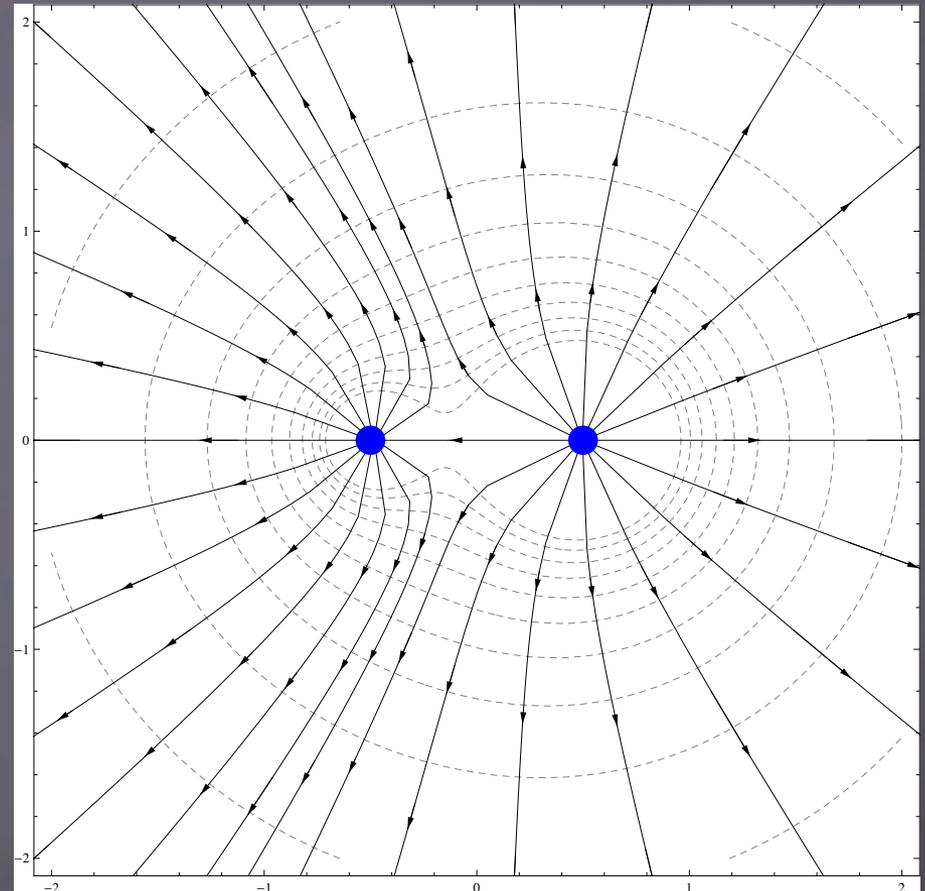
Plan d'antisymétrie. \mathcal{P} est un plan d'antisymétrie de \vec{f} si, pour tout M , on a

$$\vec{v}' = -\text{sym}_{\mathcal{P}} \vec{v}, \quad \text{c.-à-d.} \quad \vec{v}'_{\parallel} = -\vec{v}_{\parallel} \quad \text{et} \quad \vec{v}'_{\perp} = +\vec{v}_{\perp}.$$

Lignes de champ électrique

On considère les lignes de champ ci-contre. Quelle charge est la plus grande (en valeur absolue) ?

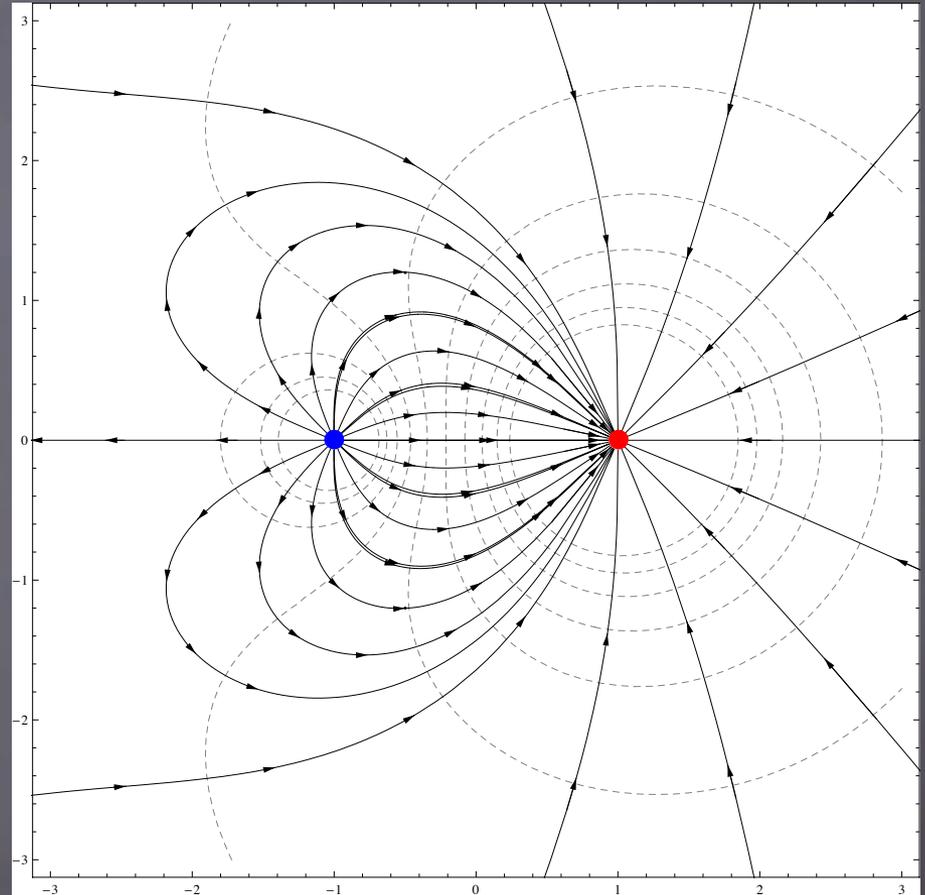
- 1 Celle de gauche.
- 2 Celle de droite.
- 3 Elles sont de même amplitude.
- 4 Il faut davantage d'informations.



Lignes de champ électrique

On considère les lignes de champ ci-contre. Quelle charge est la plus grande (en valeur absolue)?

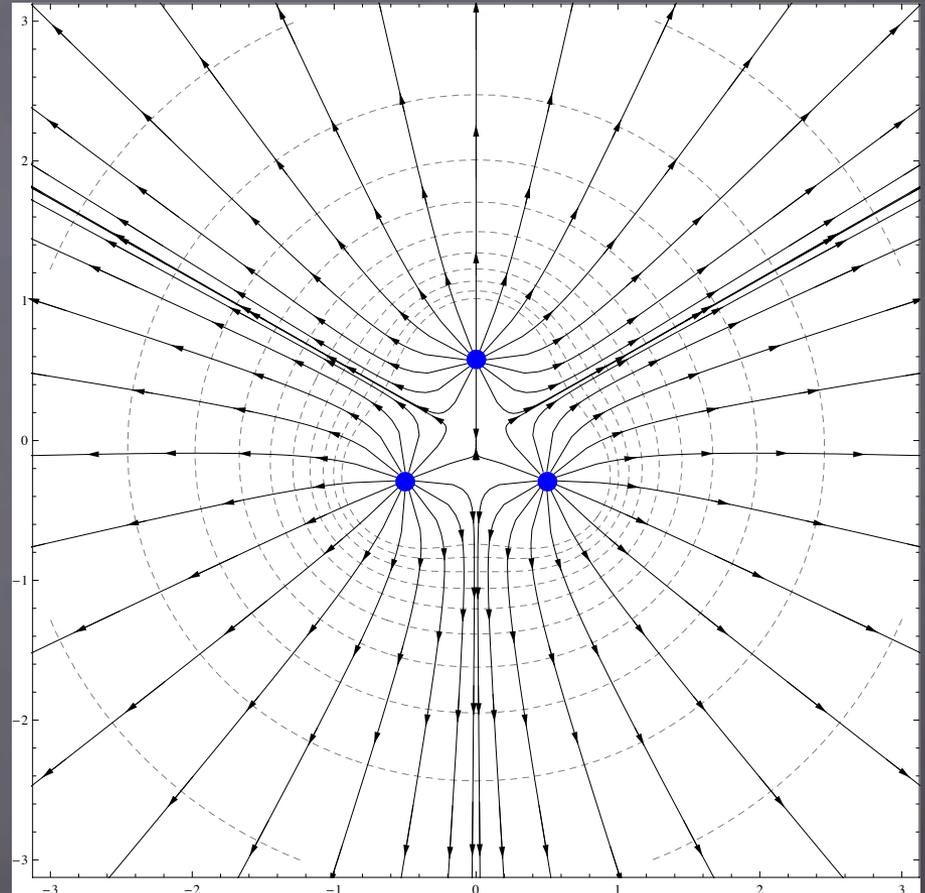
- 1 Celle de gauche.
- 2 Celle de droite.
- 3 Elles sont de même amplitude.
- 4 Il faut davantage d'informations.



Lignes de champ électrique

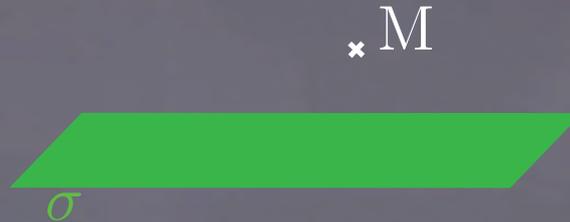
On considère les lignes de champ ci-contre.

- 1 Il n'y a pas de plan de symétrie.
- 2 Il y a un plan d'antisymétrie.
- 3 Les deux.
- 4 Aucune des propositions précédentes.



Invariance et symétrie

On considère un plan uniformément chargé en surface $\sigma > 0$, supposé horizontal.



Quelle est la direction et le sens du champ électrique au point M ?



7 Aucune de ces directions.

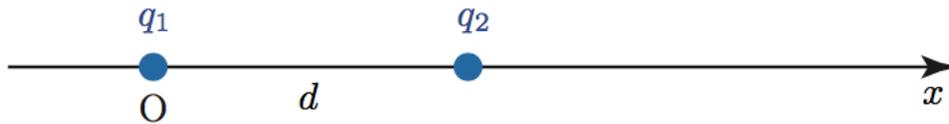
Energie potentielle électrostatique

- Calculons l'énergie nécessaire à construire une distribution de charge simple (**énergie potentielle de paire**) :

$$\vec{F}_{q_1 \rightarrow q_2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{OM}}{OM^3}$$

$$W_{op} = - \int_{\infty}^d \vec{F}_{q_1 \rightarrow q_2} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\text{avec } d\vec{\ell} = dx \vec{e}_x.$$



$$W_{op} = - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^d \frac{dx}{x^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

- Le travail à fournir par l'opérateur (opposée du travail de la force de Coulomb), est par définition égal à l'énergie potentielle d'interaction du système formé par les deux charges q_1 et q_2 :

$$W_{op} = \Delta E_p = E_p(d) - E_p(\infty)$$

$$\text{Et donc } E_p(d) = E_p(\infty) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

Caractère conservatif de la force de Coulomb

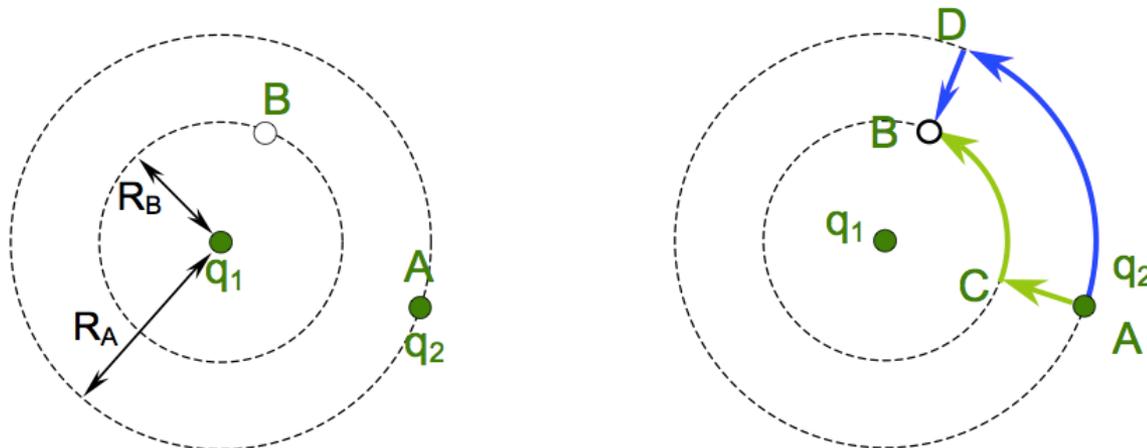
- Par construction, on a

$$dE_p = \delta W_{op} = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Ou encore

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p$$

- Une conséquence est que le travail de la force de Coulomb nécessaire pour amener la charge d'un point A à un point B ne dépend pas du chemin suivi mais seulement de la position de A et de B.



Potentiel électrostatique

- **D'après le théorème de superposition**, l'énergie potentielle nécessaire pour amener une charge q à un point M , en présence d'un système de charges $q_{i=1,\dots,N}$ est donc

$$E_p = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{P_i M}$$

- Elle peut s'écrire sous la forme $E_p = qV(M)$

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{P_i M}, \text{ ou encore } V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(P)}{PM} d\tau$$

Puisque la force de Coulomb est par définition égale à l'opposé du gradient de E_p , on obtient **dans le cas statique** une relation générale entre le champ électrique et le potentiel :

$$\boxed{\vec{E} = -\text{grad } V}$$

Potentiel électrostatique

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$$

- V est un « champ scalaire ».
- V est (tout comme l'énergie potentielle) défini à une constante près. On prend en général la convention d'un potentiel nul à l'infini.
- Par linéarité de l'opérateur gradient, le principe de superposition s'applique aussi au potentiel
- Le champ créé par N systèmes de charges s'écrit en tout point M de l'espace comme la somme

$$V(M) = \sum_{i=1}^N V_i + C^{\text{te}}$$

Conséquence importante : \vec{E} est *non-rotationnel*

- Puisque dans le cas électrostatique, le champ peut s'écrire comme le gradient d'une fonction scalaire V , on peut facilement l'intégrer sur un chemin quelconque :

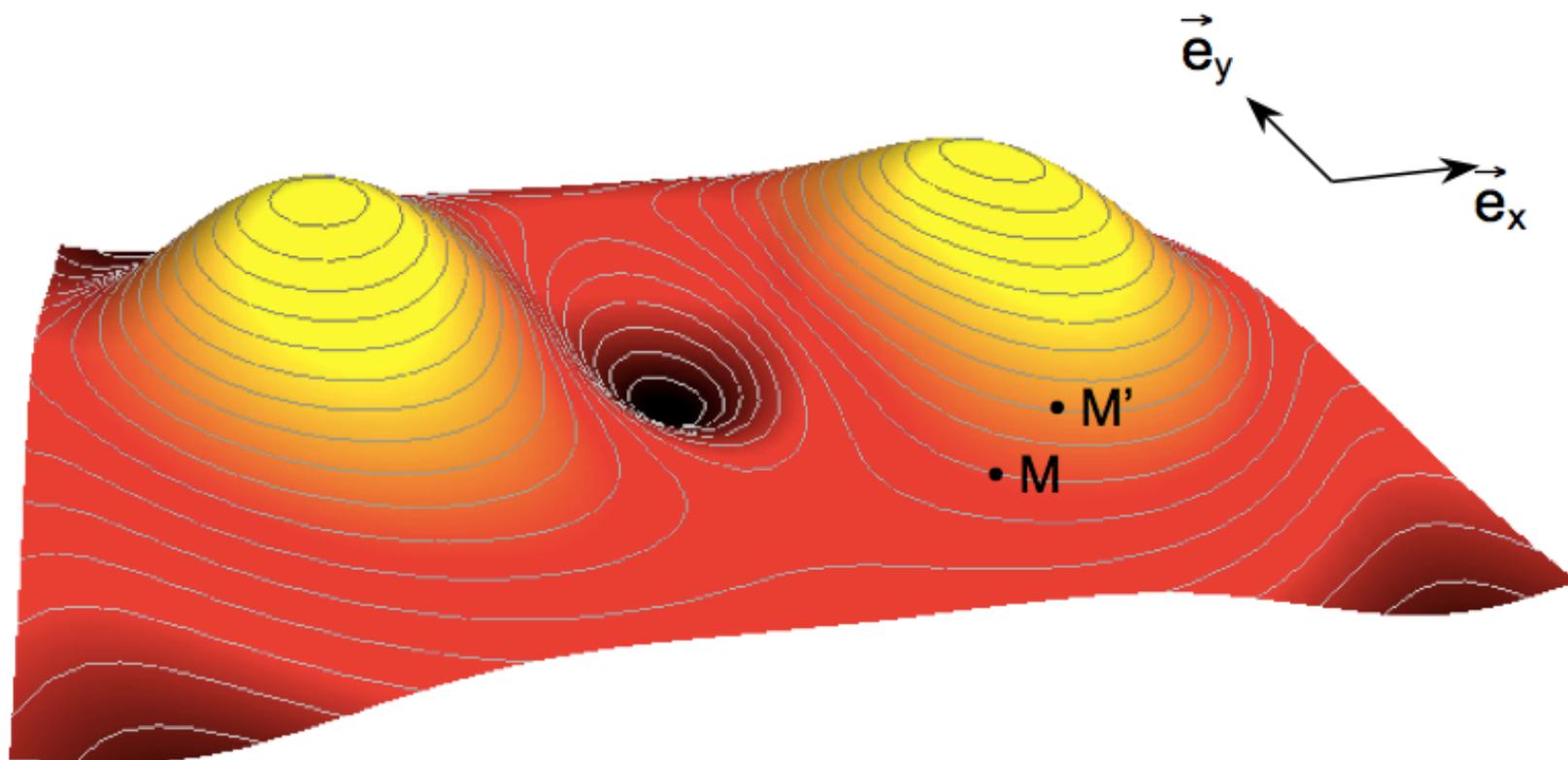

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_C -\text{grad}V \cdot d\vec{\ell} = - \int_A^B dV = V(A) - V(B)$$

- Et donc le long d'un contour fermée :


$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0 \Rightarrow \text{rot}\vec{E} = 0$$

(d'après le théorème de Stokes)

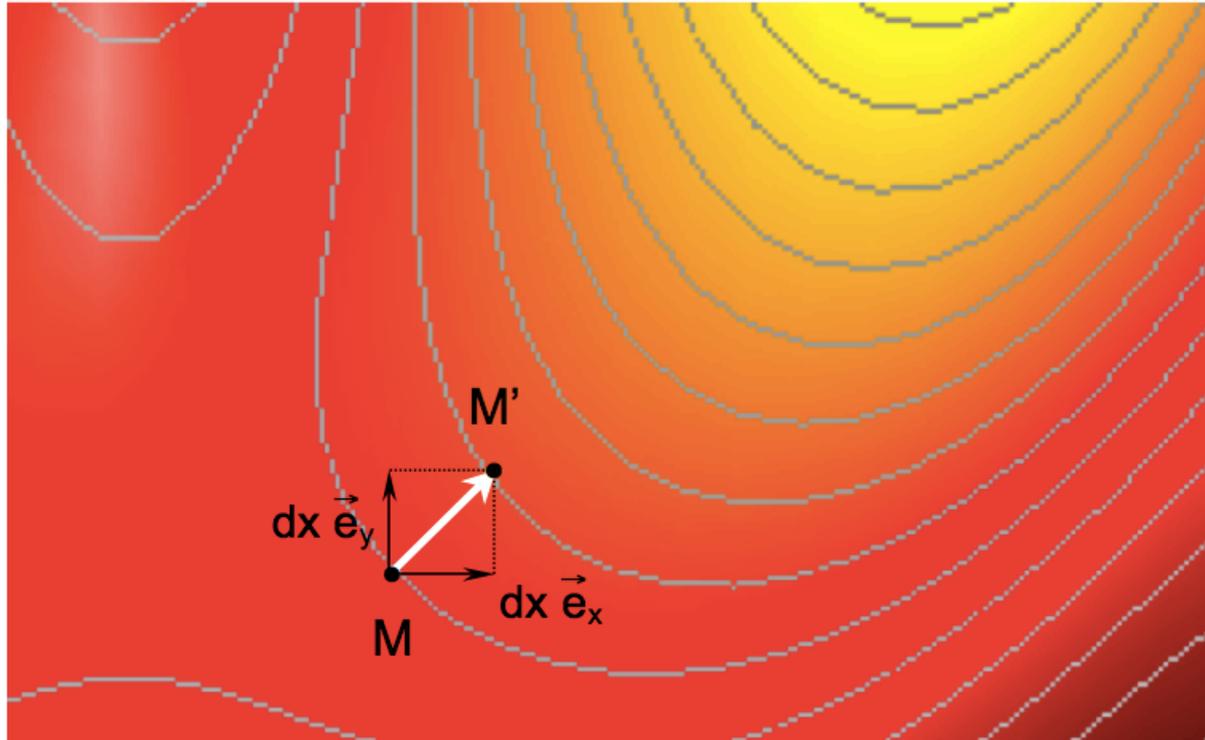
Représentation du champ : lignes équipotentielles (*isopotentielles*)



Vue en perspective de $V(x,y)$

Représentation du champ : lignes équipotentielles (*isopotentielles*)

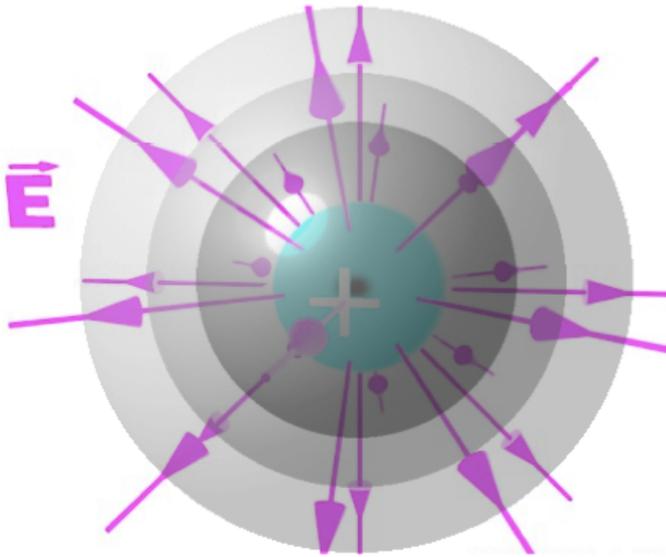
Vue perpendiculaire à (\vec{e}_x, \vec{e}_y)



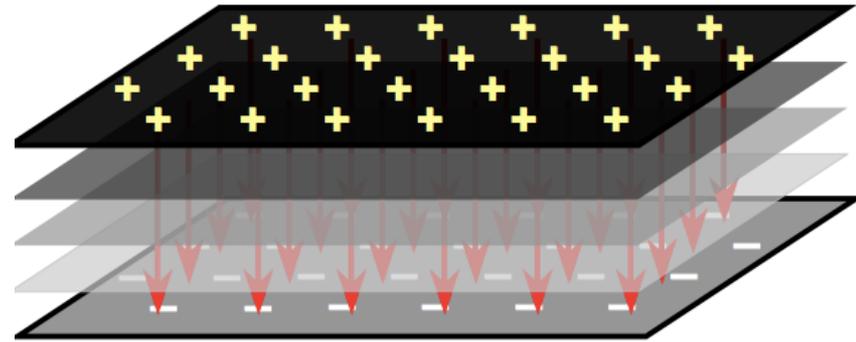
Le long d'une ligne équipotentielle : $\vec{\text{grad}}V \cdot d\vec{\ell} = 0$

Le champ électrique est **donc toujours perpendiculaire** aux lignes équipotentielles
(en 3D, la notion de lignes équipotentielle devient celle de **surface équipotentielle**)

Surfaces équipotentielles



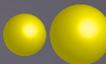
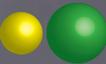
Pour une charge ponctuelle (ou toute autre distribution de charge à symétrie sphérique) : coquilles sphériques



Pour un condensateur plan

Énergie potentielle électrostatique

On considère deux particules chargées maintenues côte à côte. On relâche la contrainte sur la particule de droite. On s'intéresse à la vitesse maximale que va acquérir cette particule.

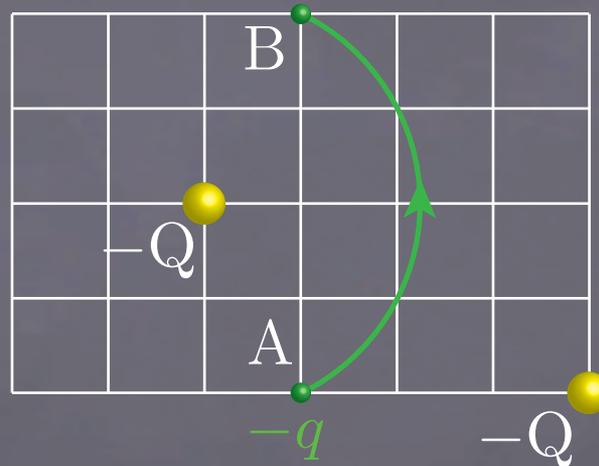
I	m, q		m, q
II	m, q		$2m, q$
III	m, q		$m, 2q$
IV	m, q		$2m, 2q$

Dans quelle(s) situation(s) cette vitesse maximale sera-t-elle la plus grande ?

- 1 I seulement.
- 2 II seulement.
- 3 III seulement.
- 4 IV seulement.
- 5 II et III seulement.
- 6 I et IV seulement.
- 7 Aucune des propositions précédentes.

Énergie potentielle électrostatique

On considère deux particules de charges $-Q$, fixes et disposées selon la figure ci-dessous. Une particule de charge $-q$ effectue le trajet de A vers B le long d'un arc de cercle.

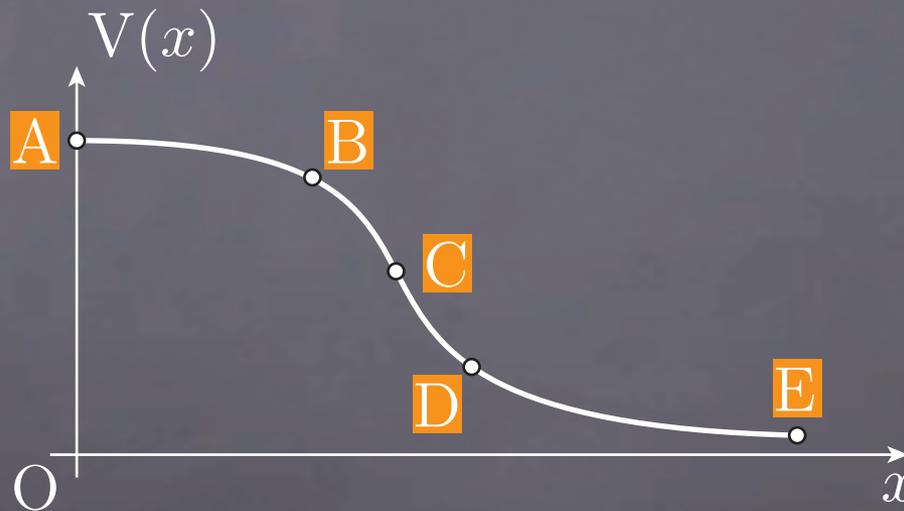


À l'issue du déplacement, l'énergie potentielle de la particule de charge $-q$

- 1 a augmenté
- 2 a diminué
- 3 est inchangée

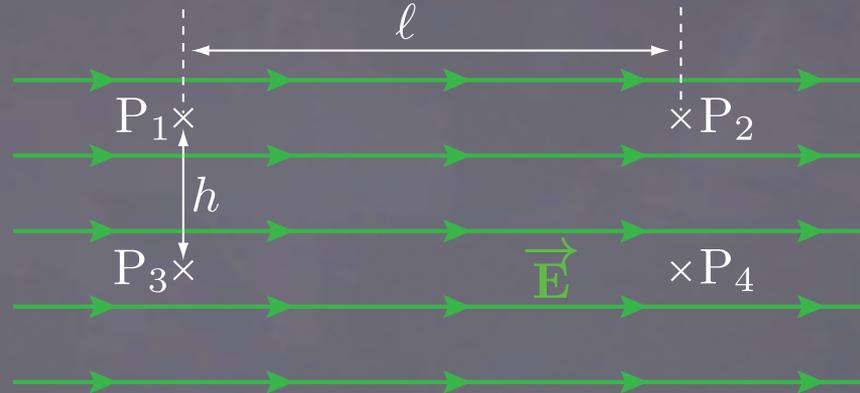
Potentiel électrique

On considère une région de l'espace où règne un potentiel $V(x)$ ne dépendant que de la coordonnée x et dont on donne une représentation ci-dessous. En quel point le champ électrique est-il le plus grand ?



Potentiel électrique

On considère une région de l'espace dans laquelle règne un champ électrique uniforme et constant \vec{E} .



Que vaut la différence de potentiel $V_2 - V_1$?

- 1 $+E\ell$
- 2 $-E\ell$
- 3 $+Eh$
- 4 $-Eh$
- 5 $+E\sqrt{h^2 + \ell^2}$
- 6 $-E\sqrt{h^2 + \ell^2}$
- 7 Zéro.

Potentiel électrique

On dépose sans vitesse initiale une charge négative dans une région de l'espace où règne un champ électrique. Comment se déplace la charge ?

- 1 Vers une zone de potentiel électrostatique plus élevé.
- 2 Vers une zone de potentiel électrostatique plus faible.
- 3 Elle ne se déplace pas.
- 4 Pas assez d'informations pour conclure.

Energie potentielle d'un système de charges

- On a vu que l'énergie potentielle d'une paire de charges q_1 et q_2 distantes de r_{12} était

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

- Le travail nécessaire pour amener une troisième charge q_3 à une distance r_{13} de la charge 1 et r_{23} de la charge 2 est

$$W_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

- On construit ainsi notre système de N charges. Le travail nécessaire pour amener la i-ème est

$$W_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j < i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

- L'énergie potentielle du système de charges ainsi construit vaut

$$E_p = \sum_{i=2}^N W_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=2}^N \sum_{j < i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Densité d'énergie électrostatique

(*Pression électrostatique*)

- L'énergie potentielle de la distribution de charge est

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\text{paires}(i,j)} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

- Ou encore $E_p = \frac{1}{2} \sum_i q_i V_i$

- Pour une distribution continue de charge : $E_p = \frac{1}{2} \iiint \rho V d\tau$

- On peut montrer que : $E_p = \iiint_{\text{espace}} \frac{\epsilon_0 E^2}{2} d\tau$

- On a donc une expression de la densité d'énergie électrostatique (ou encore *pression électrostatique*) en fonction du champ